

# QUESTÕES SOBRE INTERPRETAÇÃO DA MECÂNICA QUÂNTICA

Mario Barbatti <sup>1</sup>

*mbarbatti@uol.com.br*

## RESUMO

É apresentado um estudo sobre o desenvolvimento histórico-conceitual de questões de fundamentos da teoria quântica. A teoria da medição e o problema da completeza são pontos vistos em destaque, dando-se ênfase, no primeiro, na relação entre a irreversibilidade temporal e a projeção de Von Neumann; e no segundo, na exploração de relações entre programas de abordagens. Ao fim, é feita uma rápida discussão epistemológica em torno do pensamento de Bohr.

---

<sup>1</sup> Este trabalho deve ser citado como: M. Barbatti, *Questões sobre interpretação da Mecânica Quântica*, comunicação privada (<http://sites.uol.com.br/mbarbatti>), 1996.

# ÍNDICE

RESUMO.....	1
ÍNDICE .....	2
INTRODUÇÃO .....	3
<b>Sobre o conceito de ‘interpretação’ .....</b>	<b>3</b>
<b>O nascimento da mecânica quântica .....</b>	<b>4</b>
<b>Plano do trabalho.....</b>	<b>4</b>
<b>A interpretação probabilística da função de onda .....</b>	<b>5</b>
Algumas importantes consequências da interpretação probabilística .....	5
<b>PARTE I : A MEDIÇÃO QUÂNTICA .....</b>	<b>7</b>
<b>As duas hipóteses subjetivistas.....</b>	<b>7</b>
O Subjetivismo Termodinâmico.....	7
O teorema H. ....	8
O Subjetivismo Quântico .....	9
<b>Rumo ao objetivismo: A Decoerência Quântica.....</b>	<b>11</b>
Decoerência e teorema H.....	14
<b>Super-objetivismo de Prigogine .....</b>	<b>15</b>
O teorema ‘operador H’ clássico e a entropia microscópica .....	15
A generalização quântica: o teorema ‘super-operador H’ .....	16
O que é D?.....	17
Generalização das transformações unitárias .....	19
Na dialética acaso-necessidade .....	21
<b>PARTE II: O PROBLEMA DA COMPLETEZA .....</b>	<b>24</b>
<b>Variáveis ocultas.....</b>	<b>24</b>
TVO de Bohm.....	24
<b>O trabalho de Bell I .....</b>	<b>25</b>
Prova de Von Neumann para a impossibilidade das TVOs.....	26
Crítica de Bell .....	26
<b>EPR,35.....</b>	<b>27</b>
Sistemas correlacionados em EPR .....	28
<b>O trabalho de Bell II .....</b>	<b>29</b>
Bell sem desigualdades.....	32
<b>Desenvolvimento histórico-conceitual do problema da completeza .....</b>	<b>34</b>
<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>35</b>
<b>A Complementariedade de Bohr.....</b>	<b>35</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>39</b>

# INTRODUÇÃO

## Sobre o conceito de 'interpretação'

Interpretar uma teoria é fazer uma espécie de tradução. É expressar por meio de um novo conjunto simbólico, o que já estava expresso em outro. Ocorre que o que está por ser dito depende essencialmente das formas particulares de dizê-lo, cada uma domínio de uma própria racionalidade, entendida como um conjunto de regras-do-jogo que limitam as possibilidades da expressão. Portanto a relação de interpretar-traduzir não é uma relação biunívoca, onde tudo que está dito num conjunto A, está justo e sem ambiguidades num B.

Por outro lado, se cada conjunto simbólico realmente determina uma própria racionalidade, isto limita o número daqueles aptos à uma descrição consistente da expressão contida pelo conjunto inicial, o que evita que nos percamos no relativismo puro e simples.

Em física, interpretar não tem sentido diverso. Aqui nos interessa em especial um caso particular em que os campos são demarcados por um lado por um conjunto que carrega características matematicamente formais bem como apreciações de ordem empírica, e por outro pelo campo linguístico, havendo um mapeamento e articulado do primeiro no segundo. A física clássica determinou uma tradição de interpretações, de modo que seu desenvolvimento não implicava, em geral, em grandes problemas interpretativos. Tratava-se normalmente de um trabalho de reorganização estrutural ou de comparações analógicas de imagens já compostas em sua história. Mesmo assim, encontramos na história da física, momentos de grande confusão *conceitual*, nos quais o quadro tradicional não dava conta. Um exemplo seria a formulação do *conceito* de campo, ou a distinção entre quantidade e qualidade de movimento. Um dentre muitos exemplos que poderiam ser dados da utilização da tradição para a compreensão *conceitual*, é a interpretação mecânico-analógica de Boltzmann para o eletromagnetismo, na qual era definido um lagrangeano de um sistema de correntes e então os *conceitos* da mecânica analítica eram completamente transferidos.

Nesta discussão sobre campos simbólicos, o *conceito* deve ser entendido como um caso particular da relação de interpretação-tradução, que nos dá dentro do campo verbal um mapeamento do matemático-formal. Por outro lado, se levamos em conta, por exemplo, que a constituição teórica-formal não pode ser feita, sem já haver anteriormente uma conceitualização primária, notamos que esta distinção analítica de campos simbólicos, de forma alguma é uma análise ou afirmação de gênese da ciência. No sentido temporal, ela é extremamente mais rica na inextricável e complexa relação entre os campos, os quais ainda sofrem determinações, difíceis de avaliar em suas intensidades, de outras esferas como a sociocultural<sup>2</sup>. Assim a interpretação-tradução deve ser tomada apenas como um retrato de um processo dinâmico. Mas a discussão sobre a dinâmica entre campos simbólicos foge em muito ao escopo deste trabalho. Podemos somente redefinir o *conceito* como o resultado global de transformações e recodificações dos elementos analíticos da teoria, entre vários campos simbólicos em

---

<sup>2</sup> Um estudo interessante neste âmbito, seria, por exemplo, compreender as consequências da transferência da língua central na produção da física do alemão para o inglês, no pós II Guerra.

interação, e neste sentido eles se formarão na mecânica quântica, com a especial característica desta teoria nascer dentro de uma comunidade científica amadurecida, com um amplo arsenal conceitual já pronto, porém limitado para o ataque dos novos problemas. Estaremos interessados aqui justamente em alguns momentos nos quais estas tensões estão mais afloradas.

## O nascimento da mecânica quântica

A mecânica quântica nasceu com o papel de descrever os processos de interação entre a radiação e a matéria. Logo em seguida ganhou outro mais importante: explicar, dentro do pensamento atomista, as relações físicas mais básicas dos componentes mais elementares constituintes do universo. Seja em um, seja em outro, ela ocupou o lugar da física clássica justamente onde esta se encontrava mais tímida: o domínio microscópico.

A tensão que a originara, se levamos em conta o desenvolvimento dos estudos da radiação e das técnicas espectroscópicas, já durava mais de meio século quando, pela primeira vez, aquele grande e fragmentado esforço, foi visto como um único corpo teórico. Cada um destes fragmentos, Raios de Röntgen, Radiação de Corpo Negro, Espectros Atômicos, etc., exigiam em si interpretações cada vez mais difíceis de encontrar consistência dentro do campo tradicional (física clássica) e, num certo sentido sua síntese sob o nome mecânica quântica foi exatamente a afirmação da não interpretação, algo como: *sabemos para que serve, não sabemos o que é*.

Formalmente podemos falar de mecânica quântica a partir da segunda metade da década de 20, com os trabalhos independentes e totalmente equivalentes de Heisenberg e Schrödinger [Von Neumann,32,cap1]. Obviamente, tanto para os *fragmentos* quanto para a *síntese*, foram tentadas conceitualizações dentro do espectro da física clássica: numas os elétrons eram partículas, noutras eram ondas; numas a função de onda seria um campo real, tal como o eletromagnético, espalhado pelo espaço, noutras, um fluido obedecendo as leis da hidrodinâmica. Vale notar, entretanto, que estas interpretações *semi-clássicas*, não foram apenas um trabalho primário daqueles que não percebiam o caráter *revolucionário* da teoria, mas foram tentativas, às vezes bastante sofisticadas, que duraram várias décadas, e muito contribuíram para a polêmica em torno da interpretação da mecânica quântica.

Mas a mecânica quântica marcou sua radicalidade não se deixando traduzir consistentemente pelo quadro tradicional, sem exigir altos preços. Novos campos simbólicos tornaram-se necessários e como veremos, muitas décadas também.

## Plano do trabalho

Sem nenhuma pretensão à exaustão do tema, escolhi para este trabalho uma linha de abordagem que tenta privilegiar uma compreensão estrutural das discussões e suas consequências na atualidade em torno do problema da irreversibilidade temporal, reconheço que isto teve algum custo sobre a dimensão histórica, e ainda fará com que não encontremos aqui formulações extremamente interessantes como a dos Estados Relativos de Everett-Wheeler-Graham; e nem mesmo passemos perto das importantes integrais de caminho de Feynman, e da muito pouco tratada, em termos filosóficos, quântica relativística. A princípio,—não sei se alcancei tal objetivo—esta escolha ajudaria evitar um vício bastante frequente na vasta literatura sobre o tema, de se fazer *resumos comentados* dos vários casos interessantes da história da mecânica quântica.

O trabalho está dividido em três partes: a primeira faz uma análise da quântica da medida, do extremo *subjetivismo* de London e Bauer, ao extremo *objetivismo* de Prigogine. Na segunda discutiremos o desenvolvimento do Problema da Completeza Quântica de EPR a Greenberg. Na última, teremos uma rápida discussão epistemológica, tratando em especial do pensamento de Niels Bohr.

## A interpretação probabilística da função de onda

A principal característica da interpretação *usual* da mecânica quântica — a função de onda como amplitude de probabilidade —, foi introduzida num breve artigo de M. Born em 1926, intitulado: “Sobre o Caráter Quântico das colisões” (*Zur Quantenmechanik der Stossvorgänge*). [Born,1926.] Ele analisa, através da teoria da perturbação, a colisão entre um elétron e um átomo, resolvendo a equação de Schrödinger para o sistema total e impondo como condição de contorno que assintoticamente o elétron, após a colisão se comportasse como uma onda plana.

Seu resultado, como é bem conhecido, foi uma superposição de estados qualitativamente idênticos ao inicial, cada um deles porém caracterizado individualmente por um novo valor da energia tanto do elétron quanto do átomo. Usando a relação de de Broglie, ele obteve para o  $n$ -ésimo estado da superposição, a energia para o elétron

$$E_f = E_i + hv_n^0$$

ou seja, a energia inicial somada a um quantum de energia  $hv_n^0$ , transferido pelo átomo que, claro, tem esta quantidade a menos em seu balanço energético. Este sentido físico imediato, indicou a Born que cada estado da superposição era a possibilidade de um estado real, sendo seus coeficientes proporcionais à probabilidade de cada um deles ocorrer. Não deixa de ser curioso o fato de que a diferença mais radical entre a mecânica quântica e a física clássica, tenha sido introduzida pela imagem clássica mais simples do processo de colisão: duas partículas transferindo momento e energia entre si.

## Algumas importantes consequências da interpretação probabilística

A interpretação probabilística da função de onda, tornou-se quase que universalmente aceita. Einstein, por exemplo, em sua crítica à teoria de variáveis ocultas (TVO) de D. Bohm (1952), a qual, como veremos mais adiante, tratava a função de onda como um campo real, comentou que *a única interpretação da equação de Schrödinger admissível, até o presente, é a interpretação estatística dada por Born* [FPB,93,12]<sup>3</sup>.

Alguns problemas —talvez todos referentes à interpretação da mecânica quântica— surgiram daí. Se a mecânica quântica descreve apenas probabilidades, estaria ela incompleta, havendo uma outra teoria na qual o determinismo causal fosse readmitido?

---

<sup>3</sup> A interpretação probabilística também criou uma nova possibilidade filosófica, que não demorou a ser explorada: a de fundamentar a liberdade de decisão, o livre arbítrio do homem a nível científico. A física clássica em nada contribuiu para tal discussão, apenas substituiu a onipotência, a onisciência e a onipresença do deus cristão pelo determinismo causal matemático.

A esta questão, à qual denomino problema da completeza, e que também será examinada adiante, caberiam duas possibilidades: a) estando a mecânica quântica completa, isto equivaleria a dizer que a nível microscópico a causalidade não se aplica? ou apenas não teríamos acesso a ela por algum limite natural? Por outro lado, b) estando a mecânica quântica incompleta, seria necessário encontrar sua substituta que restituísse a normalidade à física.

Ainda, estando a mecânica quântica completa, caberia explicar o porquê de um ensemble de sistemas preparados identicamente evoluir de acordo com uma determinada distribuição de probabilidades e ainda quando e onde cada sistema do ensemble se torna diferente dos outros por esta distribuição. A todo este conjunto de questões chamaremos Problema da Medição Quântica.

A mecânica quântica é caracterizada por dois tipos diferentes de evolução temporal. Uma probabilística, instantânea e irreversível efetuada no processo de medição sendo dada pelo operador de projeção de Von Neumann. A outra, determinística e reversível, que ocorre quando o sistema é deixado por si próprio e é engendrada pela equação de Schrödinger. Foram denominadas por Von Neumann, respectivamente, de processos de primeira e segunda espécies, em sua importante obra—talvez a primeira a tentar axiomatizar a mecânica quântica mais rigorosamente—“Fundamentos Matemáticos de Mecânica Quântica” [Von Neumann, 32,349].

Assim, uma medida do observável  $A$ , projeta o sistema — a princípio, no estado  $|\Psi\rangle = \sum_i C_i |\phi_i\rangle$  — num dos autoestados  $|\phi_i\rangle$  deste observável, com probabilidade igual a  $|\langle\phi_k|\Psi\rangle|^2$ .

Por outro lado, o mesmo sistema, se não sofre nenhuma medição, evolui de acordo com Schrödinger com

$$|\Psi(t)\rangle = U(t,t_0) |\Psi\rangle$$

Onde  $U(t,t_0)$  é um operador unitário ( $U^{-1} = U^\dagger$ ) caracterizado pelo operador Hamiltoniano do sistema.

As questões anteriores podem novamente ser colocadas:

- A mecânica quântica pode explicar a evolução de primeira espécie em seus princípios básicos?(completeza)
- Existe alguma teoria para a qual a evolução de primeira espécie, se reduza à de  $U(t,t_0)$ ? (TVO)
- Aceitando a mecânica quântica, onde e quando o sistema é definido no autoestado  $\phi_k$  (e não  $\phi_l$  por exemplo)?(caracterização da medição)

Vamos passar agora ao estudo de algumas propostas de solução para o Problema da Medição, as quais, considerando ou não a mecânica quântica completa, surgiram em grande número. Em seguida faremos a uma análise detalhada do problema da completeza quântica.

# PARTE I : A MEDIÇÃO QUÂNTICA

## As duas hipóteses subjetivistas

É comum nas abordagens históricas da mecânica quântica, o problema da medição ser analisado primeiro em suas soluções subjetivistas, ou seja, aquelas que admitem que o sujeito-observador desempenha um papel fundamental no processo de medição. Não pretendo mudar propriamente este esquema aqui, porém é necessário cuidar um pouco mais desta categorização. Logo que foi formulado, na passagem dos anos vinte aos trinta, o problema da medição se destacou por portar as diferenças fundamentais entre as físicas clássica e quântica. O ambiente revolucionário, por assim dizer, que envolveu a física a partir da relatividade especial, era propício para manifestações pouco ortodoxas dos novos cientistas, como a defesa de que a projeção de Von Neumann seria, em última análise, ocasionada pelo observador consciente do ato da medição.

Porém, neste momento, é possível distinguir duas espécies de hipóteses subjetivistas: um subjetivismo passivo ou termodinâmico, onde o sujeito pode não interferir no mundo, porém sua capacidade de conhecimento é intrinsecamente limitada, provocando ilusões cognitivas ; e um subjetivismo ativo ou quântico, onde as categorias intelectuais que metafisicamente definem o sujeito, interferem e têm uma ação necessária no mundo. Estas duas hipóteses estarão presentes nas interpretações da teoria quântica (em especial, a primeira estará também na clássica, como veremos), com implicações distintas. Vamos estudá-las em separado.

### O Subjetivismo Termodinâmico

Uma meta não alcançada dentro do programa da física clássica —de explicar o mundo reduzindo-o a um conjunto de trajetórias regidas pelas leis newtonianas, portanto trajetórias intrinsecamente reversíveis—, foi a impossibilidade de traduzir a termodinâmica dentro de seus princípios básicos. Uma linha de interpretação bastante forte e que acaba por ter influência, até mesmo, sobre a mecânica quântica é aquela que considera a irreversibilidade não uma questão concernente ao objeto que se mostra irreversível e sim à limitação cognitiva do sujeito-observador.

Para estes, a quem chamarei subjetivistas termodinâmicos, a irreversibilidade termodinâmica é apenas uma ilusão que poderia ser desfeita desde que melhorássemos mais e mais nossa capacidade observacional. Assim qualquer descrição coletiva ou estatística seria apenas um instrumento útil, porém, provisório no sentido em que não descreve a verdadeira constituição do real, tal como faria, por exemplo, o conceito de força newtoniana.

Gibbs, por exemplo, argumentaria que nossa descrição de um processo irreversível, tal como a água de um copo que se torna acinzentada quando se coloca ali uma gota de tinta preta, é útil porém enganosa: um demônio com olhos infinitamente mais poderosos que os nossos, veria a cada momento, no copo, moléculas evoluindo em trajetórias perfeitamente newtonianas. A aparente irreversibilidade seria apenas nosso desconhecimento da evolução exata do estado do sistema. *A variação temporal da entropia está então baseada no fato de que o observador não conhece tudo, que ele não pode desvelar ( medir ) todas as coisas , as quais , em princípio , são mensuráveis.*[ Von

Neumann , 32, 401.] (Segundo a fórmula de Boltzmann para a entropia,  $S = k \ln p$ , um conhecimento total do sistema ( $p=1$ ) implica em  $S = 0$ .)

É importante notar que tal interpretação, a despeito do nome, não implica necessariamente numa distinção metafísica entre coisa e consciência, com ou sem conotações religiosas. Muito pelo contrário seus defensores procuravam dentro do rigor científico suas justificações, as mais variadas, desde a instrumentação experimental até a teoria da informação. Isto talvez explique o grande número de adeptos, vários famosos como Gibbs e, mais tarde, Einstein.

A posição subjetivista, consequência indireta do princípio da razão suficiente de Leibniz (efeito inteiro equivale a causa plena) é em si uma declaração de morte ao tempo, ao tempo que engendra mudanças. Ele aqui torna-se um parâmetro estéril dentro do absoluto determinismo do mundo. Nas palavras de Einstein: *para nós que somos físicos convictos, a distinção entre passado, presente e futuro é apenas uma ilusão, porém persistente.*

### O teorema H.

Uma possibilidade de compreensão do mundo por fora do subjetivismo termodinâmico, surgiu no século passado com o trabalho de Boltzmann que tentava justamente construir uma ponte de ligação entre a dinâmica e a termodinâmica, através da criação de uma função das variáveis canônicas do sistema, porém que possuísse características entrópicas. Vamos ver rapidamente como.

Maxwell, na década de 1870, demonstrara que o equilíbrio termodinâmico de um gás correspondia a um estado físico particular, em que o número de moléculas em cada velocidade possível era constante, obedecendo a uma distribuição gaussiana  $f_m(\mathbf{v},t)$ . Em seguida, Boltzmann colocou a questão sobre a evolução temporal da distribuição,  $f(\mathbf{v},t)$ , tal que ela necessariamente tendesse ao equilíbrio gaussiano  $f_m(\mathbf{v},t)$ . Para estudar esta evolução, a idéia foi separar a derivada temporal ( $\partial_t f$ ) em duas contribuições distintas : uma de fluxo, originada pela evolução determinística e outra devido às colisões.

$$(\partial_t f) = (\partial_t f)_f + (\partial_t f)_c \quad (\text{f-fluxo , c-colisão})$$

O estudo das propriedades de simetria destes dois termos, mostrou que

$$(\partial_t f)_f \rightarrow -(\partial_t f)_f ,$$

$$\text{e } (\partial_t f)_c \rightarrow (\partial_t f)_c \quad \text{sob } \mathbf{v} = -\mathbf{v} \text{ ou } t = -t$$

ou seja, o termo de trajetória remonta no tempo como ocorre habitualmente com as equações dinâmicas sob inversão temporal. Diferentemente, o termo de colisão é par sob inversão temporal ou de velocidades, o que quer dizer que não remontará no tempo, mas sim, continuará tendendo ao equilíbrio!

Esta propriedade notável que Boltzmann fundamentara a nível do próprio objeto, e não mais como característica do observador, permitiu-lhe construir a grandeza

$$H = \int d^3v f(\mathbf{v},t) \log [f(\mathbf{v},t)],$$

tal que  $\partial_t H \leq 0$ ,



ou seja, uma grandeza que só pode diminuir com o tempo até atingir um mínimo quando  $f$  atinge a distribuição de equilíbrio. Note que a função  $H$  não depende da forma particular da interação, constituindo um atraente universal.

Infelizmente o modelo de Boltzmann se mostra limitado. Em especial, para uma condição inicial particular como a inversão de velocidades,  $H$  deve crescer antitermodinamicamente. Simulações recentes em computador confirmam esta antiga crítica de Loschmidt.

Outra crítica importante foi feita por Poincarè, que argumentara a inconsistência lógica do Teorema  $H$ : não se pode chegar a conclusões contrárias às premissas, a menos que algum elemento novo tenha sido introduzido. Ou seja, Boltzmann para chegar à sua simetria especial do termo de colisão não pode ter usado apenas a dinâmica  $e$ , realmente, seu modelo utiliza uma hipótese estatística sobre o número médio de colisões. Poincarè fora ainda mais longe: demonstrara que não seria possível construir uma função  $M$  das posições e momentos canônicos,  $p$  e  $q$ , com as mesmas propriedades entrópicas de  $H$ .<sup>4</sup>

Mais abaixo voltaremos à esta questão do teorema  $H$ , do subjetivismo termodinâmico e suas implicações na mecânica quântica. Antes, no entanto, vamos estudar a outra hipótese subjetivista.

## O Subjetivismo Quântico

Um dos artigos chave para compreender a hipótese subjetiva é o de London e Baner, onde, em 1939, eles a expõem. Defendem que a mecânica quântica, universal no sentido de que é capaz de descrever objetos micro e macroscópicos, pode apenas fornecer funções de onda com a usual interpretação probabilística. Assim, em geral, a função de onda será escrita como o produto direto dos espaços do objeto do aparelho e do observador

$$\Psi = \sum_k u_k(\text{objeto}) \otimes v_k(\text{aparelho}) \otimes w_k(\text{observador})$$

Porém o observador não se vê numa superposição de  $w_k$ , pelo contrário, sua *faculdade de introspecção* permite que se situe num único autoestado, colapsando toda função. *Por virtude de seu conhecimento imanente ele atribui a si próprio o direito de criar sua própria objetividade, isto é, cortar a cadeia de correlações estatísticas (...) declarando 'Eu estou no estado  $w_k$ '.* [London e Baner, 39, pg. 252.]

Para evitar a crítica de que tenderiam ao solipsismo, eles advogaram uma profunda modificação no conceito de objetividade, que passaria a ser relativa a um conjunto experimental e à *comunidade de percepção científica*.<sup>5</sup>

---

<sup>4</sup> Von Neumann defende que em termos quânticos é possível demonstrar o teorema  $H$ , sem a hipótese de desordem. Ele refere-se a seu artigo na *Z.Physik*,57(1929), o qual não teve tempo de analisar.[Von Neumann,32,416.]

<sup>5</sup> Outro cuidado que se deve tomar na análise da hipótese subjetivista é o de distinguir entre o que ela foi para cada um de seus defensores, e o que ela foi para a comunidade. Por exemplo, London e Bauer pensam a subjetividade a partir da fenomenologia de Hurssel, o que a distingue inteiramente de um idealismo ingênuo. No entanto, ela foi recebida e rejeitada exatamente como tal. Aqui, quando me referir ao subjetivismo quântico, sempre estarei pensando no sentido historicamente consequente, o de *o que significou para a comunidade*.

É possível que esta hipótese subjetivista tenha tido mais adeptos fora da comunidade, através de obras de divulgação, as quais se tratando de mecânica quântica e relatividade, se esmeraram por salientar suas rupturas; que adeptos entre os físicos. Por outro lado, a outra, a hipótese subjetivista termodinâmica, teve e ainda tem grande repercussão entre os físicos. Isto não chega a ser surpreendente visto que ela nasce de uma longa tradição na física de interpretação da termodinâmica. Nesta linha, está a razão para que discussão do problema da medição, por Von Neumann, comece por uma discussão termodinâmica, que acaba por defender as duas hipóteses.

A teoria da medição quântica de Von Neumann fundamenta-se nos seguintes pontos:

i) Uma evolução de primeira espécie (projeção) não pode ser reduzida a uma de segunda espécie (Schrödinger).

ii) A evolução de primeira espécie leva um estado *puro* num estado *misto*. A evolução de segunda espécie leva um *puro* noutro *puro* [Von Neumann ,32, 357-358 e 418-419]

iii) Na evolução de primeira espécie, a entropia só pode aumentar. Na de segunda, a entropia permanece constante [Von Neumann , 32 , cap.V]

iv) A mecânica quântica é universal (descreve o micro e o macro ) [Von Neumann, 32, 137].

A analogia é imediata: a irreversibilidade é a principal característica da evolução de 1ª espécie (projeção), portanto esta também poderia ser ocasionada pelas limitações cognitivas do sujeito observador, resolvendo o problema da medição através de um confortável retorno ao subjetivismo termodinâmico. Porém o ponto (ii) não permite tal explicação. Ele é, na verdade uma nova forma de colocar o problema da medição. O estado puro corresponde a um único vetor no espaço de Hilbert, evoluindo temporalmente de acordo com a equação de Schrödinger. A probabilidade envolvida no conceito de estado puro é essencialmente quântica, por exemplo, se o sistema for escrito como

$$|\Psi\rangle = \sum_k c_k |\sigma_k\rangle$$

então o valor esperado de um observável T é, em geral

$$\langle T \rangle = \sum_{kk'} c_k c_{k'}^* \langle \sigma_{k'} | T | \sigma_k \rangle$$

ou seja, conterá termos de interferência que não haveriam numa estatística clássica.

O estado misto, por outro lado, corresponde a uma mistura estatística clássica de estados puros. A evolução unitária de Schrödinger não pode levar o primeiro no segundo, no entanto, isto ocorre no ato de medição. Se o sistema composto pelo objeto mais o aparelho for escrito como

$$|\Psi\rangle = \sum_k c_k |\sigma_k\rangle |\alpha_k\rangle \quad (\sigma\text{-objeto}, \alpha\text{-aparelho})$$

então, o valor esperado após uma medida de T sobre o objeto será

$$\begin{aligned} \langle T \rangle &= \sum_{kk'} c_k c_{k'}^* \langle \sigma_{k'} | \langle \alpha_{k'} | (T \otimes 1) | \sigma_k \rangle | \alpha_k \rangle = \\ &= \sum_{kk'} c_k c_{k'}^* \langle \sigma_{k'} | T | \sigma_k \rangle \langle \alpha_{k'} | \alpha_k \rangle = \end{aligned}$$

$$= \sum_k |c_k| \langle \sigma_k | T | \sigma_k \rangle$$

ou seja, os termos de interferência que apareceriam no cálculo do valor médio antes de fazer interagir o aparelho desapareceram.

O fato do aparelho eliminar a interferência, não implica ainda na projeção sobre um autoestado, pois o estado total do aparelho mais o objeto permanece puro, e portanto quanticamente indefinido. Pelo mesmo motivo, incluir novos aparelhos, ou mesmo um estado quântico  $|w_k\rangle$  para descrever o observador humano, também não resolve, a menos que este estado seja de algum modo necessariamente um ensemble clássico de estados quânticos, o que Von Neumann rejeita [Von Neumann, 32, 438]. O corte deste encadeamento (objeto, aparelho, retina, nervo, etc.) não pode portanto ser consequência da ignorância do observador. É necessário, segundo Von Neumann, um elemento mais forte para provocar a projeção, e este elemento poderia ser alguma faculdade dos seres conscientes, o que o transfere para um subjetivismo ativo tal como o de London e Bauer.

## Rumo ao objetivismo: A Decoerência Quântica

Vamos retornar à cadeia de Von Neumann, segundo a qual o sistema quântico  $S$  passa a uma mistura estatística quando interage com o aparelho  $A_1$  que o mede. O sistema total  $T_1 = S + A_1$  permanece puro, portanto a medição ainda não está definida. No entanto, podemos fazer agir um segundo aparelho  $A_2$  sobre  $T_1$  deixando a ambos numa mistura; porém  $T_2 = T_1 + A_2$ , continua puro e isto ocorre indefinidamente se incluirmos  $A_3, A_4, \dots, A_n$ . Teremos ao final

$$T_n = T_{n-1} + A_n = S + \sum_{(k=1 \text{ a } n)} A_k$$

com  $T_n$  puro. Para quebrar esta cadeia vimos que Von Neumann recorre à presença do observador. Muitos autores crêem que isto não é necessário nem desejável. Uma das maneiras propostas seria a de recorrer a regras de seleção ambientais, nas quais o ambiente agindo sobre  $T_k$ , que já não poderia mais ser considerado isolado, seria o responsável pela quebra da cadeia e consequentemente da medição. Vamos ver agora como isto ocorre.

Primeiro vamos compreender melhor o que ocorre em  $T_1 = S + A_1$  que deixa os dois subsistemas,  $S$  e  $A_1$ , individualmente como misturas. Para isto seja  $|t\rangle$ ,  $|s\rangle$  e  $|a\rangle$  os auto-estados dos observáveis  $T$ ,  $S$  e  $A$  agindo sobre os espaços de mesmo nome. Temos o estado de  $T$  como o produto direto de seus sub-espacos  $S$  e  $A$

$$|t\rangle = \sum_{sa} c_{sa} |s\rangle \otimes |a\rangle$$

A matriz densidade total é

$$\rho = |t\rangle \langle t| = \sum_{ss',aa'} c_{sa} c_{s'a'}^* |s\rangle \langle s'| \otimes |a\rangle \langle a'|$$

A matriz densidade do subsistema  $S$  é

$$\rho_s = \text{tr}^{(a)}[\rho] = \sum_{ss'a} c_{sa} c_{s'a}^* |s\rangle \langle s'|$$

ou na base  $\{|r\rangle\}$  de autoestados de  $\rho_s$

$$\begin{aligned} \rho_s &= \sum_{ss'a} c_{sa} c_{s'a}^* \langle r|s\rangle \langle s'|r\rangle |r\rangle \langle r| \\ &= \sum_r p_r |r\rangle \langle r| \quad , \quad \text{com } p_r = \sum_{ss'a} c_{sa} c_{s'a}^* \langle r|s\rangle \langle s'|r\rangle \quad \text{e} \quad \sum_r p_r = 1. \end{aligned}$$

Como em geral  $\rho_r$  tem um espectro diferente de (1,0), a matriz  $\rho_s$  representa uma mistura.

A questão é: onde exatamente o estado puro do subsistema S tornou-se misturado? Para responder, note que se escrevemos de forma fatorizada

$$|t\rangle = \sum_{sa} c_s c_a |s\rangle \otimes |a\rangle$$

$$\text{então } \rho_s = \sum_{ss'} c_s c_{s'}^* |s\rangle \langle s'|$$

$$= \sum_s c_s |s\rangle \sum_{s'} c_{s'}^* \langle s'|$$

$$= |r\rangle \langle r|$$

neste caso, os subsistemas permanecem puros. Mas isto não chega a ser novidade. A fatorabilidade de  $c_{sa}$  em  $c_s$  e  $c_a$ , indica realmente que não houve interação entre  $A_1$  e S. Percebemos assim que a transição puro-misto foi um efeito dinâmico e que portanto deve ser regido pela equação de Schrödinger.

Vamos tentar compreender esta situação.

Consideremos que o hamiltoniano total  $H_t$  possa ser dividido em três partes correspondentes a cada um dos subsistemas e à interação entre eles

$$H_t = H_s + H_a + H_{int}$$

e ainda que possam ser escritos como

$$H_s = \sum_s g_s |s\rangle \langle s| + \sum_{ss'} h_{ss'} |s\rangle \langle s'|$$

$$H_a = \sum_a k_a |a\rangle \langle a| + \sum_{aa'} l_{aa'} |a\rangle \langle a'|$$

$$H_{int} = \sum_{sa} m_{sa} |s\rangle \langle s| \otimes |a\rangle \langle a| +$$

$$\sum_{ss'aa'} n_{ss'aa'} |s\rangle \langle s'| \otimes |a\rangle \langle a'|$$

Para facilitar vamos supor que o observável S do subsistema S comute com  $H_s$  assim como A de A comute com  $H_a$ . Isto elimina os termos não-diagonais dos *subhamiltonianos*  $H_s$  e  $H_a$ . Suponha ainda que  $n_{ss'aa'}$ , do hamiltoniano de interação, sejam todos iguais a zero.

Agora, fazendo este hamiltoniano total agir sobre o estado desacoplado (fatorizado) de T,  $|t\rangle = \sum_{sa} c_s c_a |s\rangle \otimes |a\rangle$ , teremos

$$H_t |t\rangle = \sum_{sa} g_s c_s c_a |s\rangle \otimes |a\rangle + \sum_{sa} k_a c_s c_a |s\rangle \otimes |a\rangle + \sum_{sa} m_{sa} c_s c_a |s\rangle \otimes |a\rangle$$

Resolvendo a equação de Schrödinger

$$|t(t)\rangle = \sum_{sa} c_s c_a \exp[i(g_s + k_a + m_{sa})t] |s\rangle \otimes |a\rangle$$

$$= \sum_{sa} c_{sa}(t) |s\rangle \otimes |a\rangle$$

com  $c_{sa}(t) = c_s c_a \exp[i(g_s + k_a + m_{sa})t]$

ou seja, após a atuação do hamiltoniano de interação fazendo surgir o termo  $m_{sa}$  na exponencial de evolução temporal, os subsistemas, como prevíamos, deixaram de ser independentes, possuindo agora um nível de correlação que explicita tanto a natureza do

processo de medição, que é a de sinais diferentes corresponderem a ponteiros diferentes, quanto a raiz da evolução quântico-clássica (puro-misto).

No entanto, a medição não foi ainda efetuada.  $|t(t)\rangle$  continua um estado puro. Porém vamos ver, à luz da evolução do hamiltoniano, o que está ocorrendo com as densidades reduzidas. Por exemplo, a matriz densidade de S é

$$\begin{aligned} \rho_s(t) &= \text{tr}^{(a)}[\rho(t)] = \\ &= \sum_{s's'a} c_s c_{s'}^* |c_a|^2 \exp\{ i [(g_s - g_{s'}) + (k_a - k_{a'}) + (m_{sa} - m_{s'a'})] t \} |s\rangle\langle s'| \end{aligned}$$

os elementos diagonais de matriz são independentes do tempo, se notamos que

$$\rho_s^{(ss)}(t) = |c_s|^2 \sum_a |c_a|^2 = |c_s|^2$$

porém os não-diagonais dependem com

$$\rho_s^{(ss')}(t) = c_s c_{s'}^* \exp[ i(g_s - g_{s'})t ] \sum_a |c_a|^2 \exp[ i(m_{sa} - m_{s'a'})t ]$$

A matriz densidade  $\rho_s$  do subsistema S que interagiu com o aparelho  $A_1$ , já notamos que, em geral, representa uma mistura estatística de estados  $|r\rangle$  na qual ela é diagonal. Porém, a indefinição quântica em  $|s\rangle$  permanece. Afinal, cada estado puro  $|r\rangle$ , pesado estatisticamente por  $p_r$ , pode ser escrito como combinação linear da base  $\{|s\rangle\}$ . Os termos não diagonais de  $\rho_s$ , guardam exatamente a informação da superposição quântica nesta base.

O fato da medição fornecer sempre apenas autoestados individuais e não superposições, nos leva a indagar sob quais condições a informação quântica pode se tornar pouco relevante, ou de outra forma, sob quais condições os termos não diagonais  $\rho_s^{(ss')}$  de  $\rho_s$  se aproximam de zero, restando apenas, aproximadamente, uma matriz densidade diagonal também na representação  $\{|s\rangle\}$ .

Observando a expressão de  $\rho_s^{(ss')}$ , vemos que uma forma não trivial de obter este efeito, é considerar o subespaço de  $A_1$  do aparelho como tendo 1) uma alta dimensionalidade, 2) com uma variada faixa de frequências  $\omega_{sa} = m_{sa} - m_{s'a'}$ , de forma que a interferência destrutiva entre os termos do somatório, o faça tender a zero com o tempo.

Caso o aparelho  $A_1$  não satisfaça (1) —por exemplo quando ele é uma base de ponteiros, de correspondência um a um com os estados de S—podemos aumentar um passo na cadeia de Von Neumann de forma a incluir o ambiente (*environment*) interno (constituição microscópica do aparelho) ou externo (campos gravitacionais, eletromagnéticos, efeitos de atrito, etc.). Assim, refazendo o mesmo percurso, só que agora considerando a interação entre o hamiltoniano de  $T_1$  (sistema S + aparelho  $A_1$ ) com o do ambiente  $H_e$ , e calculando a matriz densidade reduzida para o primeiro. O ambiente torna-se então o responsável pela perda do caráter quântico de  $T_1$ . Basicamente esta é a chamada Regra de Superseleção Ambiental, e o efeito de eliminação dinâmica dos termos não diagonais é chamado *decoerência*.

O *tempo de decoerência* para o qual os termos não diagonais tornam-se inexpressivos é tanto menor quanto maior o número de graus de liberdade (ou a temperatura) do ambiente. Para um pêndulo, por exemplo, de 1g, período 1s e amplitude 1 micrão, os termos não diagonais, segundo Omnès [Omnès,92,355], reduz-se ao

impressionante valor de  $\exp[10^{-5}]$ , após apenas 1ns. Uma rápida simulação que realizei para um sistema geral com num ambiente de cem osciladores, reduzia termos não diagonais, à dez por cento do valor original em cerca de um período médio de oscilação de um oscilador, caindo para menos de dois por cento em mais um período. A superseleção ambiental nos fornece imediatamente uma forma de distinção e caracterização de sistemas quânticos e clássicos, explicando antigos paradoxos como o do Gato de Schrödinger.

A decoerência, conhecida desde a década de sessenta em cálculos de Feynman e Vernon, ganhou novo impulso com o trabalho de Zurek a partir da década de 80 [nossas contas aqui seguem essencialmente Zurek,82]. Atualmente é parte fundamental de desenvolvimentos de interpretações globais e consistentes da mecânica quântica como a de Omnès [Omnès,92,II-G].

### Decoerência e teorema H

O processo de medição de um sistema S se dá, segundo a superseleção ambiental, em dois estágios: no primeiro, S é acoplado a um aparelho A1, o que força a ambos individualmente à uma mistura estatística dos autoestados dos observáveis que diagonalizam as matrizes densidade reduzidas. A medida ainda não está definida, primeiro porque o sistema total S+A1, como sofrera apenas uma evolução unitária permanece puro; e em segundo porque os observáveis que não comutam com aqueles que não diagonalizam as matrizes reduzidas permanecem quanticamente coerentes.

No segundo estágio do processo de medição, a evolução também unitária, dos termos que guardam a informação num subsistema, os faz tender muito rapidamente a zero, desde que o restante do universo, ao qual o subsistema medido está energeticamente acoplado, possua duas características essenciais: (1) a de macroscopicidade (grande número de graus de liberdade) e (2) a de amplo espectro de frequências no hamiltoniano total. Ao fim deste segundo estágio, a matriz densidade do subsistema medido está aproximadamente numa mistura estatística não só dos autoestados dos observáveis que a diagonalizam, como de qualquer outro graças à liberdade que temos para a expansão do estado inicial desacoplado (poderíamos no lugar de  $\sum_s c_s |s\rangle$  ter  $\sum_v c_v |v\rangle$ , e então  $\rho_s(vv')(t)$  tenderia a zero com o tempo).

Vale marcar a diferença entre o primeiro e o segundo estágio de outra forma: o primeiro reduz a ambos, subsistema medido e ambiente, à uma mistura clássica dos autoestados da matriz reduzida, enquanto que o segundo depende das características (1) e (2) acima. Assim, um sistema de spin-1/2, pode ser tornado uma mistura em todos os seus observáveis, pela ação dinâmica do ambiente, enquanto este permanecerá quântico se depender apenas do sistema de spin-1/2 para eliminar os termos não diagonais de sua matriz densidade. Zurek nos dá uma curiosa e pragmática resposta negativa para a possibilidade de se medir efeitos quânticos no conjunto do ambiente: notando que para obter uma razoável acurácia na medida do aparelho sobre o ambiente, a relação entre os graus de liberdade  $v'$  do aparelho e  $v$  do ambiente deve ser

$$v' > \exp[v/3]$$

ou seja, o aparelho deve ser tão grande quanto o universo!

A redução do processo de medição à evolução unitária do hamiltoniano esbarra na objeção de Poincarè ao teorema H de Boltzmann: como processos reversíveis

(variação zero de entropia) puderam engendrar consistentemente o caráter irreversível da medição (variação não nula de entropia)?

A resposta, segundo minha opinião, é do mesmo tipo da de Poincarè. Foi utilizado uma hipótese estatística na dedução do efeito de decoerência. Ela é exatamente a exigência de um amplo espectro de frequências no hamiltoniano de interação, o que numa modelagem convencional através de um conjunto de osciladores harmônicos, pode corresponder, por exemplo, ao uso do ensemble microcanônico que precisa ser justificado, em última análise, pela hipótese quase-ergódica.

A evolução de tipo termodinâmico, seja na física clássica, seja na quântica, diante do quadro conceitual atual, não se sustenta sem uma hipótese estatística. A característica perda de informação apontada por Von Neumann no processo de medição (aumento de entropia) na superseleção ambiental é encarada apenas como uma redistribuição (sem perdas) da informação pelos novos graus de liberdade que foram dinamicamente acoplados ao subsistema medido. O empecilho de Zurek para a medição desta informação (necessidade de um aparelho infinito) assim como sua argumentação sobre a irrelevância do tempo de recorrência de Poincarè (a qual não analisamos aqui), tenta justificar, dentro de uma racionalidade fenomenológica mais acurada, a conceitualização da irreversibilidade como uma limitação subjetiva, bem aos moldes de Gibbs e Einstein.

A menos que nos contentemos com este subjetivismo termodinâmico, a decoerência não é propriamente a última palavra na teoria quântica da medida. É antes uma transferência do problema da medição para um nível mais fundamental, que permeia a física desde Fourier: a irreversibilidade. Aqui seria extremamente interessante um estudo detalhado do teorema-H clássico e quântico, o que infelizmente não pude realizar<sup>6</sup>. Veremos apenas o modelo de Prigogine, um caso particular, mas muito interessante de demonstração deste teorema com a intenção de se eliminar todo o subjetivismo da dinâmica irreversível.

## Super-objetivismo de Prigogine

### O teorema 'operador H' clássico e a entropia microscópica

Todos os caminhos até agora que seguimos na interpretação da mecânica quântica, foram essencialmente por dentro desta disciplina destacando suas diferenças com a ciência clássica. Vamos passar agora a uma forma diferente de tentativa de compreensão e desenvolvimento que ultrapassa campos particulares e nasce propriamente da tradição filosófica contemporânea que tem a História como categoria fundamental. Especialmente trataremos aqui do principal autor desta corrente, Ilya Prigogine.

A prova de Poincarè para a impossibilidade de construção de uma função entrópica  $M$  em termos das variáveis canônicas do sistema, repousa na impossibilidade da equação (no equilíbrio microcanônico onde temos apenas a igualdade)

$$\int dp dq [LM-ML] \rho \leq 0$$

<sup>6</sup> Dois bons artigos de revisão do teorema H e da hipótese ergódica, embora um pouco antigos, são [Ter Harr,55] e [Lebovitz & Penrose,73].

ser satisfeita para  $(LM-ML)$  diferente de zero ( onde  $L = -i (\partial_p H \partial_q - \partial_q H \partial_p)$  ) é o operador de Liouville). Prigogine, na década de 1970, demonstrara que tal equação integral poderia ser resolvida desde que no lugar de uma “função  $M$ ” , tivéssemos um “operador  $M$ ” , isto desde que o agora operador  $D = [L,M]$  (comutador de  $M$  e  $L$ ), possuísse autovalores nulos.

Para o caso geral, fora do equilíbrio, se obtém uma inédita relação de comutação clássica

$$D = -i(LM-ML)$$

$M$ , que por suas características, pode ser identificado à entropia, não deve comutar com o operador responsável pela evolução temporal do espaço de fases, já que  $D$ , como veremos adiante, se identifica com um operador de produção de entropia.

$$-i (LM-ML) = D \leq 0$$

Como sabemos da mecânica quântica isto implica a impossibilidade de auto-estados comuns a  $L$  e  $M$  , ou seja , uma complementariedade nova: ou temos a evolução dinâmica de  $L$  ou a termodinâmica de  $M$ . A decisão por uma ou outra dependerá da estrutura do espaço de fases.

A física clássica na simplicidade de seus primeiros modelos não teve problemas com o conceito de trajetórias. Tomemos o pêndulo simples como exemplo. Apenas duas qualidades de movimento poderiam se manifestar dependendo da energia inicial: ou oscilação harmônica ou rotação uniforme, as duas separadas de tal forma que uma imprecisão na determinação da condição inicial não possuía maiores consequências sobre o movimento geral. Precisar mais e mais o cenário até o limite de erro nulo nos levaria sem maiores problemas à trajetória idealizada.

A descoberta dos sistemas complexos alterou radicalmente este quadro: em geral os sistemas possuem espaços de fase tão complicados que uma pequena alteração na condição inicial provoca uma total mudança da evolução futura. O conceito de trajetória passa a ser uma *idealização inadequada* e tem que ser substituída por algo mais geral, tal como a densidade de estados  $\rho$ . Este espaço complexo é próprio para a construção de  $M$ , e nele fará sentido construir a entropia tradicional numa forma tal como

$$\Omega = \int dp dq M \rho^2 \geq 0$$

$$\partial_t \Omega \leq 0$$

A dualidade entre o ser, determinístico e atemporal, e o *dever*, complexo e entrópico é resolvido não com uma submissão de um ao outro, mas no estabelecer de uma complementariedade que, bem dentro do pensamento de Bohr, acredita que cada descrição possui apenas parte de todas as possibilidades que constituem a lógica de um todo.

### **A generalização quântica: o teorema ‘super-operador H’**

A formulação quântica do operador entropia  $M$  seguirá de perto a clássica buscando todas as analogias, a começar por uma sutil que identifica a trajetória clássica com a função de onda. Tanto uma quanto a outra são portadoras da quantidade máxima de informação sobre o estado do sistema em suas respectivas estruturas teóricas; ainda, ambas possuem a característica de evolução temporal reversível seja pelas equações de



Hamilton (clássica) seja pela equação de Schrödinger (quântica). A generalização da trajetória fica por conta da densidade  $\rho$  do espaço de fases em torno dela enquanto a generalização da função de onda fica por conta do 'estado misto' descrito também por uma densidade, agora na forma de uma matriz  $\rho$

Assim o valor médio de uma grandeza  $A$  é

$$\langle A \rangle_c = \int dp dq A \rho_c \quad \text{classicamente}$$

$$\langle A \rangle_q = \text{tr}[A \rho_q] \quad \text{quanticamente}$$

onde  $\rho_q = |\Psi_k\rangle\langle\Psi_k|$  para um estado puro (ou função de onda) e  $\rho_q = \sum_k p_k |\Psi_k\rangle\langle\Psi_k|$  para um estado misto, com  $0 \leq p_k < 1$ . O coeficiente  $p_i$  correspondendo ao peso estatístico do estado puro  $|\Psi_i\rangle$  dentro do ensemble.

Da equação de Schrödinger  $i \partial_t |\Psi_k\rangle = H |\Psi_k\rangle$  a solução para um hamiltoniano independente do tempo formalmente é  $|\Psi_k(t)\rangle = \exp[-iHt] |\Psi_k(0)\rangle$ .

Substituindo na definição de  $\rho$  (puro) e derivando-a em relação ao tempo obtemos

$$i \partial_t \rho = [H, \rho].$$

Esta equação, que se estende também ao caso misto, é absolutamente análoga à clássica

$$\partial_t \rho = \{H, \rho\}$$

onde  $\{H, \rho\}$  é o parêntese de Poisson.

Como vimos nas discussões anteriores, o processo de medição engendra uma evolução de um estado puro num misto que não pode ser efetuado por uma transformação unitária, como a resultante da equação de Schrödinger. Esta é uma característica de toda a formulação básica da mecânica quântica. Os operadores hamiltonianos agindo num estado no espaço de Hilbert podem apenas mapeá-los dentro deste espaço.

O programa do modelo de Prigogine é construir um novo conjunto de transformações nas quais a passagem (irreversível) puro-misto seja possível, na verdade veremos que a própria distinção puro-misto perderá sentido. Mas diferentemente das abordagens tradicionais do problema da medição, aqui ele será visto indiretamente. O que interessa realmente é fundamentar a segunda lei da termodinâmica a nível microscópico.

Vimos que para introduzir a irreversibilidade dentro da mecânica clássica foi necessário introduzir o conceito de operador entropia  $M$  no lugar de uma função das variáveis canônicas. Na mecânica quântica será necessário também uma ampliação conceitual, e a entropia entrará, não como um operador, mas como um super-operador, ou seja, um objeto que age sobre operadores.

O que é  $D$ ?

Para começar notemos que se rescrevemos

$$i[H, M] = D \geq 0$$

onde  $M$  é o operador entropia e  $H$  o hamiltoniano do sistema temos o valor médio no estado  $|\Psi\rangle$

$$\langle D \rangle = i\langle \Psi | HM | \Psi \rangle - i\langle \Psi | MH | \Psi \rangle$$

Utilizando a equação de Schrödinger  $i \partial_t |\Psi\rangle = H |\Psi\rangle$ , obtemos

$$\langle D \rangle = \partial_t \langle M \rangle$$

ou seja, podemos entender  $D$  como o operador produção de entropia. Suponhamos que  $[M,D]=0$ .

Considere agora

$$\begin{aligned} \partial_t \langle \Psi | e^{iMt} H e^{-iMt} | \Psi \rangle &= -i \langle \Psi | e^{iMt} [H,M] e^{-iMt} | \Psi \rangle \\ &= - \langle \Psi | D | \Psi \rangle \end{aligned}$$

integrando de 0 a  $t$

$$\langle \Psi | e^{iMt} H e^{-iMt} | \Psi \rangle - \langle \Psi | H | \Psi \rangle = -t \langle \Psi | D | \Psi \rangle$$

ou

$$\langle H \rangle = t \langle D \rangle + \langle e^{iMt} H e^{-iMt} \rangle$$

Por definição os três termos acima são positivos, o que implica

$$\langle H \rangle \geq t \langle D \rangle$$

o que só é possível para  $\langle D \rangle = 0$

Vemos portanto que, no âmbito da formulação Hamiltoniana da mecânica quântica, existe uma impossibilidade de se definir a entropia, ou pelo menos defini-la com uma produção diferente de zero. As contas anteriores nos mostram a origem disto: o operador  $H$  é usado tanto para determinar a evolução temporal quanto para determinar a energia ( $H \geq 0$ ). Esta ambiguidade do Hamiltoniano é, pode se dizer, uma degenerescência na mecânica quântica e está aí a impossibilidade, conhecida desde Pauli, de se construir o operador tempo. No entanto a argumentação anterior não seria mais válida se trocássemos  $H$  por  $L$ , o operador de Liouville quântico. Onde  $H$  é definido positivo,  $L$  possui como espectro todo eixo real. Assim se voltamos a definir a produção de entropia como

$$i [L,M] = D \geq 0$$

Esta é a mesma relação de comutação responsável a nível clássico pela complementariedade entre a dinâmica e a termodinâmica. Continuando na analogia, a definição do operador  $M$  clássico permitiu a construção de uma função de Lyapunov (entropia macroscópica) tal que

$$\Omega = \int dp dq M \rho^2 \geq 0$$

$$\partial_t \Omega \leq 0$$

quanticamente temos

$$\Omega = \text{tr}[\rho^\dagger M \rho] \geq 0$$

Pode-se provar que nem sempre é possível construir  $M$  tal que estas desigualdades sejam satisfeitas. Duas situações específicas na qual não é possível são:  $H$  com espectro discreto e a função de onda com movimento periódico. Isto se assemelha com a situação clássica em que a escolha pela descrição em  $M$  no lugar da descrição em  $L$  ser feita a partir da estrutura do espaço de fases. Talvez os conceitos de estabilidade fraca, *mixing* e catástrofe de Poincaré possam ser quanticamente estendidos.

Definir  $M$  como operador não interessa já que a evolução puro-misto seria impossível. Defini-lo mais geralmente como um super-operador fatorizável, ou seja,

$$M = M_1 \times M_2 \Rightarrow M A = M_1 A M_2$$

pode se mostrar, também leva um estado puro noutro estado puro. Uma terceira possibilidade é o super operador não fatorizável.

Vamos a seguir estudar as propriedades de transformação associadas a  $M$ .

### Generalização das transformações unitárias

Como  $M$  é definido positivo pode ser escrito como  $M = (\Lambda^{-1})^\dagger (\Lambda^{-1})$  ( a notação estranha é de Prigogine...)

Assim

$$\begin{aligned} \Omega &= \text{tr}[\rho^\dagger (\Lambda^{-1})^\dagger (\Lambda^{-1}) \rho] \\ &= \text{tr}[(\Lambda^{-1} \rho)^\dagger (\Lambda^{-1} \rho)] \\ &= \text{tr}[\rho' \rho'^\dagger] \quad , \text{ com } \rho' = (\Lambda^{-1} \rho) \end{aligned}$$

Se tomarmos  $\rho'$  como uma nova densidade de estados entrópica, a equação de Liouville  $i \partial_t \rho = L \rho$  é transformada como

$$\begin{aligned} i \partial_t (\Lambda^{-1} \rho) &= (\Lambda^{-1} L \Lambda) (\Lambda^{-1} \rho) \\ \partial_t \rho' &= \Phi \rho' \quad , \text{ com } \Phi = (\Lambda^{-1} L \Lambda) \end{aligned}$$

Esta nova equação de movimento é mais que uma transformação de similaridade, que, como estamos acostumados, muda coordenadas.  $\Lambda^{-1}$  é a “raiz quadrada” da entropia, portanto a evolução gerada por  $\Phi$  inclui a irreversibilidade.

Para Hamiltonianos independentes do tempo

$$\Omega(t) = \text{tr}[\rho^\dagger(0) e^{iLt} M e^{-iLt} \rho(0)] \geq 0$$

Derivando no tempo e usando a  $\partial_t \Omega \leq 0$

$$\begin{aligned} 0 \geq \partial_t \Omega(t) &= \text{tr}\{ \rho^\dagger(0) [ iLe^{iLt} M e^{-iLt} - i e^{iLt} ML e^{-iLt} ] \rho(0) \} \\ &= - \text{tr}\{ \rho^\dagger(0) e^{iLt} i (LM - ML) e^{-iLt} \rho(0) \} \end{aligned}$$

usando as transformações anteriores, obtemos

$$0 \geq \partial_t \Omega(t) = - \text{tr}\{ \rho'^\dagger(0) \exp(i \Phi^\dagger t) i (\Phi - \Phi^\dagger) \exp(-i \Phi t) \rho'(0) \}$$

A desigualdade anterior implica

$$i (\Phi - \Phi^\dagger) \geq 0$$

ou seja, o operador de Liouville transformado *não* é Hermitiano!

Notemos agora que independentemente da transformação, o valor esperado de um observável deve ser o mesmo, então

$$\langle A \rangle = \text{tr}[A^\dagger \rho] = \text{tr}[A^\dagger \rho] = \text{tr}[(\Lambda^{-1} A)^\dagger (\Lambda^{-1} \rho)] = \text{tr}[A^\dagger (\Lambda^{-1})^\dagger \Lambda^{-1} \rho]$$

portanto  $(\Lambda^{-1})^\dagger = \Lambda$

Por outro lado, dentro do programa de montar um quadro coerente entre teorias reversíveis e irreversíveis, nos interessa escrever a M como função de L, ou seja, a entropia como função do operador de evolução dinâmica

$$\Lambda = \Lambda(L)$$

Classicamente vimos que no modelo de Boltzmann, o responsável pela propriedade entrópica da função H era sua simetria nova do termo de colisão, que permanecia invariante quando se invertia as velocidades, diferentemente da equação de Liouville, que por ser reversível temporalmente, não possuía esta propriedade. Impomos aqui também tal simetria

$$A = \Lambda^{-1}(L) A = \Lambda^{-1}(-L) A$$

o valor médio de A é então

$$\langle A \rangle = \text{tr}[A^\dagger \rho] = \text{tr}\{[\Lambda^{-1}(-L) A]^\dagger [\Lambda^{-1}(-L) \rho]\}$$

comparando com o valor que calculamos anteriormente para o valor médio, temos

$$[\Lambda^{-1}(-L)]^\dagger = [\Lambda^{-1}(L)]^\dagger = \Lambda(L)$$

ou

$$\Lambda^{-1}(L) = \Lambda^\dagger(-L)$$

Esta equação nos dá uma lei de transformação que pertence a uma classe diversa das unitárias ( $U^{-1} = U^\dagger$ ). Prigogine as chama “unitárias-estrela” e adota, para elas, a notação

$$\Lambda^*(L) = \Lambda^\dagger(-L)$$

Da definição de  $\Phi$  temos (usando  $L = L^\dagger$ )

$$\begin{aligned} \Phi^*(L) &= \Phi^\dagger(-L) = \Lambda^\dagger(-L) (-L)^\dagger \Lambda^{-1}(-L)^\dagger = \Lambda^{-1}(L) (-L) \Lambda(-L) \\ &= -\Lambda^{-1}(L) L \Lambda^{-1}(L)^\dagger = -\Lambda^{-1}(L) L \Lambda(L) \\ &= -\Phi(L) \end{aligned}$$

portanto  $(i\Phi)^* = i\Phi$

ou seja, o operador de movimento é “Hermitiano-estrela”.

## Na dialética acaso-necessidade

Vimos até agora que introdução da irreversibilidade a nível da dinâmica clássica, custou uma ampliação do seu quadro conceitual, tal que uma nova classe de *observáveis* foi construída além das funções usuais, os operadores. A entropia foi um exemplo. A nível quântico o mesmo programa foi atingido pela introdução dos super-operadores e de uma nova regra de transformação, as unitárias- estrela.

Tais transformações podem ser vistas como uma espécie de generalização das unitárias

$$\Lambda^\dagger(L) = \Lambda^{-1}(\pm L)$$

Se na mecânica quântica tradicional tomávamos, em geral, o sinal positivo, no modelo de Prigogine a escolha passa a ser função da relação de complementariedade

$$i[L, M] = D ,$$

o que nos indicaria, segundo a complexidade do espaço de fases, qual o nível de descrição usar, reversível (domínio de L), ou entrópico (domínio de M).

Nesta análise, havendo a possibilidade da construção do super-operador entropia  $M$ , a evolução temporal passa a estar a cargo do operador  $\Phi$ , que por sua simetria especial, evolui e irreversivelmente.

Não mostro aqui, mas neste modelo os níveis de energia passam a ser determinados por um novo operador  $H$ , função do hamiltoniano  $H$  tal que a *degenerescência* quântica entre tempo e energia é eliminada. Com sua eliminação, passa a ser possível também a construção do operador tempo  $T$ , que medirá o grau de evolução do espaço de fases e que, tomado o seu valor médio, se iguala ao tempo cronológico. Ainda na possibilidade da construção de  $M$ , o nível mais fundamental da descrição passa a ser a matriz densidade  $\rho$  e não mais a função de onda. Por outro lado  $M$ , super-operador não fatorizável passa a não distinguir entre estados puros e mistos, podendo a ação  $M\rho$  passar de um ao outro sem fazer nenhuma distinção, o que é bastante conveniente em se tratando da medição quântica. No entanto, Prigogine não considera este seu modelo como uma teoria da medição quântica definitiva, considera-o apenas como a direção certa para a abordagem do problema.

Em “From Being to Becoming” um exemplo completo de construção de  $M$ ,  $T$ ,  $\Phi$ ,  $\Lambda$ , etc. é tratado, associado a um espaço de fases sofrendo a transformação do padeiro. Mais a frente, retornarei a este modelo para discutir algumas de suas muitas implicações filosóficas.

As tentativas de construir uma teoria quântica da medição, foram feitas em grande número e variedades. Aqui me restringi a algumas poucas delas, mas que me pareceram interessantes pela linha de interpretação que elas acabaram por fornecer, indo de um extremo subjetivismo ao extremo objetivismo. Mas mesmo esta linha foi restrita, se levarmos em conta que nenhuma palavra foi dita sobre o conceito de amplificação termodinâmica, que na década de cinquenta foi extremamente importante em várias teorias da medição, e onde ainda surgiram muitos estudos em torno do teorema H. Mas

como já havia dito na introdução esta foi a única maneira que encontrei, com o tempo restrito, de poder me aprofundar um pouco na questão e não apenas fazer um índice das teorias. No entanto, a tabela a seguir, obviamente sem pretensões à exaustão, apresenta as principais características de *paradigmas* de construção de teorias da medição.

	meccânica quântica é completa?	Onde colapsa?	Por que colapsa?	MQ é universal?	Hipótese causal?	Referências & Datas	Críticas
<b>Subjetivismo</b>	sim	observador	dualidade sujeito-objeto	não (não descreve a 'consciência')	não	von Neumann,32 London & Bauer,39 Wigner,61	Utilização de categorias metafísicas
<b>Amplificação termodinâmica</b>	sim	aparelho analisador	irreversibilidade na amplificação do sinal	não (princípio de correspondência)	não	década de 1950	Precisa do Teorema H
<b>Estocástica</b>	sim	?	Probabilidade natural de ocorrer	sim	não	Benatti,87	Por que o universo não está todo colapsado ?
<b>Sistemas abertos</b>	sim	interação com o ambiente	Dissipação da informação quântica	sim	sim (num tempo muito longo)	Zeh,70 Zurek,82 Omnès,92	Precisa do Teorema H
<b>TVO</b>	não	não há colapso	Ignorância das Variáveis Ocultas	não	depende da formulação	Bohm,52 EPR,35	Não-localidade Desigualdades de Bell
<b>Super-objetivismo</b>	não	não há colapso	Novo sistema de transformações permite passar do puro para o misto	não	dialética acaso-necessidade	Prigogine,79	É possível construir espaços de fases quânticos caóticos?

## PARTE II: O PROBLEMA DA COMPLETEZA

### Variáveis ocultas

Para um determinado senso de que há um “mundo físico” com suas propriedades independentes de haver ou não agentes conscientes observando, a mecânica quântica apresenta-se imediatamente como um objeto estranho. O fato de quanticamente não se poder medir simultaneamente, no mesmo arranjo experimental, pares de observáveis conjugados deveria implicar, para este senso *realista*, que a mecânica quântica estaria errada, ou, levando em conta a correção de suas previsões, incompleta.

Neta linha de argumentação se estabelece o conceito realista de completeza de uma teoria física, cujo enunciado mais famoso é o do artigo de Podolsky, Einstein e Rosen: *todo elemento na realidade física deve ter uma contrapartida na teoria física.*[EPR, 35,777, este artigo será analisado com cuidado adiante.]

Apesar do enunciado textualmente não clarificar, compreende-se que o elemento da realidade física tem uma contrapartida exata, ou seja, uma previsão sem dispersão na teoria física, tal como o é possível dentro do âmbito das teorias newtonianas. Assim numa teoria completa se se elimina, na medição, as incertezas ligadas aos equipamentos e às condições iniciais, o resultado deve ser apenas um ponto no espaço de fases; enquanto que na mecânica quântica, sempre teremos, no mínimo, uma área no espaço de fases da ordem da constante  $h$  de Planck.

Da segunda metade dos anos vinte à primeira dos sessenta, um grande número de tentativas de se obter uma teoria completa foi feito. Foram as chamadas teorias de variáveis ocultas (TVO). Seu programa, de modo geral, era construir novas variáveis, ocultas na mecânica quântica, que reduzissem as dispersões quânticas a zero ( $\langle A^2 \rangle = \langle A \rangle^2$ ).

### TVO de Bohm

Uma das mais importantes TVOs foi desenvolvida por David Bohm na década de cinquenta. O programa de Bohm era recuperar o determinismo clássico ampliando o quadro conceitual da mecânica quântica de forma que seus resultados probabilísticos permanecessem válidos. Bohm investia na possibilidade de uma TVO que concebesse *cada sistema individual como estando em um estado precisamente definido, para o qual a evolução temporal por leis definidas, análogas, (mas não idênticas) às equações clássicas do movimento.*[Bohm; citado em Jammer, 74, 280.]

Sucintamente, a teoria de Bohm rescreve a função de onda (em unidades de  $h$ ) como

$$\Psi(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x}) \exp(i S(\mathbf{x})) \quad , \text{com } R \text{ e } S \text{ reais.}$$

Substituindo na equação de Schrödinger

$$i \partial_t \Psi(\mathbf{x}) = -(1/2m) \nabla^2 \Psi(\mathbf{x}) + U(\mathbf{x}) \Psi(\mathbf{x})$$

obtém-se, com  $\rho(\mathbf{x}) = R(\mathbf{x})^2 = |\Psi(\mathbf{x})|^2$ ,

$$i \partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \nabla S / m) = 0$$



$$\partial_t S + (\nabla S)^2/2m + U - (1/4m)[(\nabla^2 \rho)/\rho + (1/2)(\nabla \rho)^2/\rho^2] = 0$$

no limite clássico de  $\hbar \rightarrow 0$ , chegamos à equação de Hamilton-Jacobi. Esta analogia não era novidade desde os anos vinte e fora explorada pelas interpretações hidrodinâmicas<sup>7</sup>. A novidade fica por conta de se atribuir uma variável de posição  $\mathbf{x}$  (oculta), simultânea ao momento  $m\mathbf{v}$ . Ainda, para reproduzir os resultados probabilísticos da mecânica quântica tradicional, Bohm aponta três condições a serem satisfeitas: a primeira, já utilizada nas equações acima, que  $\Psi$  satisfaça Schrödinger; a segunda, que o momento seja dado por  $\mathbf{p} = \nabla S(\mathbf{x})$ ; a terceira, *que não predigamos ou controlemos a localização precisa da partícula, mas tenhamos na prática, um ensemble estatístico com densidade de probabilidade  $P(\mathbf{x}) = |\Psi(\mathbf{x})|^2$ . O uso de estatística não é, no entanto, inerente à estrutura conceitual, mas meramente uma consequência de nossa ignorância das condições iniciais precisas da partícula.* [D.Bohm, citado em Chibeni,93,78]

O termo na equação de Bohm que tende a zero no limite clássico, foi interpretado como um potencial quântico, para o qual usando a segunda condição nos dá

$$U(\mathbf{x}) = (1/2m) (\nabla^2 R/R)$$

$\Psi$  passa para Bohm, a ser considerado realmente como um campo, tal como o eletromagnético, responsável por uma *força quântica*  $-\nabla U$ .

Uma característica interessante desta TVO, é seu contextualismo, ou seja, por U depender da função de onda quântica  $\Psi$  através de R, passa a depender também do arranjo experimental, tal como  $\Psi$ . Esta é uma importante concessão epistemológica, da parte de Bohm feita aos partidários da complementariedade, e ainda base para inúmeras críticas, inclusive a de Einstein que citei no início do trabalho.

A TVO de Bohm, entre críticos e adeptos, causou polêmica na comunidade, principalmente porque não surgiram refutações inequívocas no terreno das previsões físicas não-relativísticas. Os argumentos contrários mantiveram-se ou no terreno epistemológico, ou na impossibilidade de generalização relativística.[FPB,93,10-15]

Críticas específicas a uma TVO, como no caso de Bohm, foram um caso mais raro em relação aos trabalhos generalizantes, os quais agrupavam as TVOs em famílias de características gerais em comum, e então se buscando uma refutação geral. Possivelmente o trabalho de Bohm se destacou, como apontou Bell, por ser talvez a única tentativa bem sucedida de dar alguma significação espaço-temporal às variáveis ocultas.[Bell,66,255]

## O trabalho de Bell I

Toda discussão de Bell sobre a mecânica quântica, mantém uma profunda preocupação com o conceito de espaço-tempo, e será esta a característica mais marcante de suas desigualdades. Sua crítica à TVO de Bohm também repousou aí: duas partículas com variáveis ocultas de posição  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$ , serão escritas em geral, como uma função de onda não fatorizável, como já vimos, desde que em algum momento tenham interagido entre si. Ao se escrever as equações de movimento das variáveis ocultas, como pretendia

<sup>7</sup> Bohm desenvolveu sua teoria durante seu exílio no Brasil no começo da década de cinquenta, e um de seus principais interlocutores foi M.Schönberg que também desenvolvia uma interpretação da mecânica quântica através de conceitos hidrodinâmicos. Seria interessante estudar a influência mútua.

Bohm, necessariamente haverá influências recíprocas entre as trajetórias, por mais distantes que estiverem, o que significa, segundo Bell, que a TVO de Bohm possui a indesejável característica da não-localidade.

Esta crítica a Bohm, vem em seu famoso artigo de 66, onde ele introduz as motivações para a dedução das desigualdades [Bell,66]. Nele, há ainda demonstrações de que as provas de impossibilidade das TVOs mais conhecidas não repousam sobre axiomas razoáveis, isto com outra característica marcante no seu trabalho: sua capacidade de análise, conseguindo sempre enxergar os pontos essenciais para os desenvolvimentos. Ele resenha as provas de impossibilidade de Von Neumann (32), Jauch-Piron (63) e Gleason (57). Destas vamos ver a primeira, publicada nos *Fundamentos* de Von Neumann e que teve por décadas grande repercussão.

### Prova de Von Neumann para a impossibilidade das TVOs

Bell trabalha, para maior simplicidade, com um espaço de estados bidimensional, como o de uma partícula de spin-1/2. Para este sistema, o estado quântico é descrito por um vetor  $\Psi$  de duas componentes, e os observáveis são escritos como matrizes hermitianas  $2 \times 2$ , que sempre podem ser escritos numa expansão na base  $\{ I, \sigma \}$  como

$$\mathbf{O} = \alpha I + \beta \cdot \sigma \quad \text{com } \alpha \text{ e } \beta \text{ reais.}$$

Calculando os autovalores

$$\begin{aligned} 0 &= \det [ \mathbf{O} - o_j I ] = \det [ (\alpha - o_j) I + \beta_i \sigma_i ] = \\ &= [(\alpha - o_j) + \beta_1] [(\alpha - o_j) - \beta_1] - [\beta_2 + i\beta_3][-\beta_2 + i\beta_3] = \\ &= (\alpha - o_j)^2 - \beta_1^2 - [ (i\beta_3)^2 - \beta_2^2 ] = \\ &= (\alpha - o_j)^2 - |\beta|^2 \end{aligned}$$

ou  $o_j = \alpha \pm |\beta|$ .

A prova de Von Neumann da impossibilidade de estados sem dispersão, e portanto, de TVOs, tem, segundo Bell, como suposição essencial *que qualquer combinação linear de quaisquer dois operadores hermitianos representa um observável, e a mesma combinação linear de valores esperado é o valor esperado da combinação.* [Bell,66,248.] Ou em termos do sistema de spin 1/2:

i)  $\alpha I + \beta_i \sigma_i = \mathbf{O}$ ,  $I$  e  $\sigma_i$  são hermitianos, portanto  $\mathbf{O}$  é um observável.

ii)  $\langle \alpha I \rangle + \langle \beta_i \sigma_i \rangle = \langle \alpha I + \beta_i \sigma_i \rangle = \langle \mathbf{O} \rangle$ , o valor esperado de  $\mathbf{O}$  é linear em  $\alpha$  e  $\beta_i$ .

mas num estado sem dispersão, o valor de  $\mathbf{O}$  deve ser um de seus autovalores, o que, como vimos, não são lineares em  $\beta_i$  e sim em  $|\beta|$ . Portanto, concluiria Von Neumann, valores sem dispersão são impossíveis.

### Crítica de Bell

Bell, a despeito da prova de Von Neumann, constrói uma simples TVO, capaz de dar resultados coerentes para o sistema em questão, o que sugeriria alguma falha no argumento de Von Neumann. Em seguida crítica a segunda suposição utilizada na prova de impossibilidade. Simplesmente adicionar valores esperados significa estabelecer uma

*relação entre os resultados de medições [que podem ser] incompatíveis, cada uma das quais poderia ser feita em uma dada ocasião, mas somente uma delas pode de fato ser feita.*[Bell,66,249]

Este argumento me parece obscuro: para defender a possibilidade da construção de estados sem dispersão cuja prova de Von Neumann proibia, Bell argumenta em torno de uma complementariedade de observáveis conjugados, inclusive com a impossibilidade de medi-los simultaneamente. Ora, obter estados sem dispersão significa, em última análise, conhecer o valor exato de um observável, cujo o conjugado foi conhecido *simultaneamente* no mesmo arranjo experimental, dado que é esta a única situação proibitiva, pela mecânica quântica para estes estados. Pode ser também que Bell estivesse pensando em termos de uma TVO do tipo Bohm, a qual estabelece variáveis ocultas e estados sem dispersão a que não temos acesso por ignorância das condições iniciais.

Em todo caso suas críticas às demonstrações de impossibilidade de Jauch-Piron e de Gleason seguem o mesmo caminho, não necessariamente com a minha ressalva, de mostrar o quão arbitrárias são as premissas *razoáveis* que envolvem estes trabalhos.

## **EPR,35**

Nesta discussão do problema da completeza da mecânica quântica, nos dedicamos até agora, a questões relativas à construção de teorias mais completas que ela. Vimos que as TVOs apesar de grandes esforços não vingaram, mas tão pouco foram refutadas inequivocamente. Vamos passar para um outro tipo de abordagem do problema, na qual a questão fundamental é provar diretamente que a descrição quântica da realidade física é incompleta.

Em 1935, como consequência de uma discussão de quase uma década, foi publicado por Podolsky, Einstein e Rosen uma prova de incompleteza da mecânica quântica, que ficou conhecida como paradoxo de EPR. Por ter se tornado central, e ainda, base para os trabalhos de Bell, vamos analisá-lo com cuidado, utilizando livremente a estruturação lógica do argumento proposta por S.Chibeni.[Chibeni,93,38ss.]

Duas definições são necessárias para desenvolver o argumento. A de completeza de uma teoria

*Todo elemento na realidade física deve ter uma contrapartida na teoria física.*[EPR, 35,777]

e a de realidade física

*Se sem de modo algum perturbar um sistema pudermos prever com certeza (i.e., com probabilidade igual a unidade) o valor de uma quantidade física, então existe um elemento da realidade física correspondendo a essa quantidade física.*[EPR,35,777]

A idéia para demonstrar a incompletude da mecânica quântica é a de utilizar sistemas correlacionados, ou seja, sistemas que por terem em algum momento interagido entre si, têm funções de ondas não fatorizáveis como já vimos antes, o que viria a implicar na *existência* simultânea de grandezas incompatíveis. Em termos de lógica proposicional, o argumento é o seguinte (As abreviações são as seguintes: RS-quantidades físicas incompatíveis têm realidade simultânea.; C-a descrição quântica da realidade física é completa; MQ(AB)-a mecânica quântica fornece os valores simultâneos de quantidades físicas incompatíveis.):

- 1)  $(RS \ \& \ C) \rightarrow MQ(AB)$  A definição de completude diz que se quantidades físicas incompatíveis têm realidade simultânea e se a descrição quântica da realidade estiver completa, então a mecânica quântica tem que fornecer estes valores,
- 2)  $\neg MQ(AB)$  mas nós sabemos que a mecânica quântica usual não pode fornecer estes valores,
- 3)  $\neg C \vee \neg RS$  portanto a mecânica quântica é incompatível com a definição de completude. Se de alguma forma então, pudermos mostrar a validade da definição de completude, a prova estará completa. Este é o próximo passo.
- 4)  $C \rightarrow RS$  Para o caso de sistemas correlacionados, se descrição quântica é completa, então ela implica em existência simultânea de quantidades incompatíveis.<sup>8</sup>
- 5)  $C \rightarrow (RS \ \& \ \neg RS)$  Neste caso, paradoxalmente a descrição quântica implicaria e não implicaria na existência simultânea.
- 6)  $\neg C$  Portanto a mecânica quântica é incompleta.

### Sistemas correlacionados em EPR

Vamos ver o argumento utilizado para demonstrar o passo (4) de que quantidades incompatíveis têm existência simultânea.

As função de onda de dois sistema correlacionados, pode ser expandida tanto em termos dos autoestados  $u_n$  do observável A, agindo apenas em um dos sistemas, digamos sistema 1, ou ainda nos autoestados  $v_s$  do observável B que age sobre o mesmo sistema 1.

---

<sup>8</sup> Chibeni argumenta que, curiosamente, o passo mais substancial do argumento, o (4), não teria sido demonstrado, pelo menos nesta forma, que é a proposta no *abstract*. Os autores declaram explicitamente que suas considerações sobre sistemas correlacionados levariam a que se a mecânica quântica estivesse completa, então quantidades incompatíveis teriam valores simultâneos. O que teria sido realmente feito, fora provar o consequente da condicional (4), ou seja, RS, a partir dos sistemas correlacionados. Isto não implicaria contudo numa inconsistência lógica, pelo contrário, só faria diminuir o número de passos necessários para concluir pela incompletude da teoria quântica: (3)  $\neg C \vee \neg RS$  ; (4')  $RS$  ; (5')  $\neg C$

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_n \psi_n(x_2) u_n(x_1)$$

$$\Psi(x_1, x_2) = \sum_s \phi_s(x_2) v_s(x_1)$$

Dado que o que está em jogo é se a mecânica quântica é ou não uma teoria completa, e não se é ou não correta, EPR podem utilizar suas previsões para o caso de correlação perfeita, quando a medida de um autovalor num dos sistemas, digamos  $a_k$  de A no sistema 1, implica na determinação do estado do outro sistema, no caso  $\psi_k(x_2)$ . Ou seja, a medição do observável cujo os autoestados serviram de base para a expansão da função de onda, implica na determinação sem dispersão do estado do outro sistema sem de modo algum perturbá-lo, o que é, segundo o critério de realidade adotado, o suficiente para afirmar a existência desta quantidade física. O *sem de modo algum perturbá-lo* significa que podemos exigir, no arranjo experimental, que os dois sistemas estejam, no momento da medição, separados de tal forma no espaço-tempo, que não seja possível troca de informação entre eles com velocidade menor ou igual a da luz (hipótese de localidade).

Mas a existência de uma arbitrariedade na escolha da base de expansão da função de onda, implica que poderíamos medir um outro observável que não A no sistema 1, digamos B com valor  $b_r$ , e deterministicamente prever que o outro sistema estaria no auto estado  $\phi_r(x_2)$ , afirmando com isto a existência desta outra quantidade, que a princípio, pode sem problema ser incompatível com a primeira ( $[A, B] \neq 0$ ).

O argumento aqui é extremamente sutil. Não se provou a possibilidade de medição simultânea de quantidades incompatíveis e sim a existência simultânea de quantidades incompatíveis, já que a arbitrariedade na escolha do observável a ser medido, aliada à localidade, implicaria na preexistência (em relação à medição) das quantidades físicas, bem de acordo com a ótica realista adotada pelos autores.

Pelo artigo de 35, não fica claro se os autores esperavam a possibilidade de construção de uma teoria mais completa que a mecânica quântica, mas em todo caso esta seria uma exatamente oposta à TVO de Bohm, esperando poder realmente ter acesso aos estados sem dispersão gerados pela teoria. Isto pelo menos parece estar implícito numa carta de Podolsky que seria enviada aos editores da Physical Review, rebatendo alguma críticas ao artigo de EPR. Ele diz: *Eu acredito que Einstein e Rosen concordariam comigo que a mecânica quântica, em vista de nosso conhecimento atual, é uma teoria estatística correta. Uma mecânica estatística, contudo, não pode ser uma descrição completa dos processos elementares — e é disto que nós falamos.*[Jammer,74,192.] Ou seja, eles falam da possibilidade de uma descrição completa.

Aqui, novamente por questão de tempo, é necessário um corte brusco. Vou restringir a análise das consequências do argumento de EPR, a apenas sua influência sobre o desenvolvimento das desigualdades de Bell.

## O trabalho de Bell II

Ainda no artigo de 66, o qual discutimos acima, Bell considera que o caráter não-local da TVO de Bohm, o qual resolve o paradoxo de EPR da maneira que Einstein teria menos gostado [Bell,66,257], talvez fosse bem mais geral e comum em todas as

TVOs, do que se havia notado, este poderia ser um ponto concreto para se abordar o problema de se marcar as diferenças entre a teoria quântica e as TVOs, de provar a incompletude da primeira, ou se provar a impossibilidade das outras. Bell pretende trocar suposições arbitrárias como a de aditividade de valores esperados da prova de Von Neumann, por outra que tem um sólido significado físico desde a relatividade especial. Neste programa, ele deduziu em 64<sup>9</sup>, um limite superior para as previsões de toda uma classe de teorias, as deterministas locais, sobre um sistema correlacionado.

Para ser mais preciso, as TVOs abordadas por Bell nesta primeira versão das desigualdades eram:

1) Deterministas pois o valor  $A_a B_b$  da medição é bem definido (sem dispersão) no estado completo do espaço de fases das variáveis ocultas  $\lambda$ .

2) Locais pois  $(A_a B_b)(\lambda) = A_a(\lambda) \cdot B_b(\lambda)$ , onde  $A_a$  é medido no sistema 1, separado do outro sistema, no qual se mede  $B_b$ .

O resultado de Bell para este limite, que ficou conhecido como *desigualdades de Bell*, foi generalizado por ele mesmo em 71, onde a definição de localidade foi ampliada para abarcar sistemas cuja a evolução temporal fosse inerentemente estocástica. Uma prova mais geral veio em 74, por Clauser e Horne, e as desigualdades passariam a valer para todas as TVOs locais, deterministas ou estocásticas. Aqui vamos ver apenas a primeira que servirá para ilustrar o tipo de abordagem proposta. [Todas as deduções estão no ótimo artigo Clauser & Shimony, 78.]

Enquanto no artigo de EPR foram utilizados espectros contínuos para a análise (toda feita em termos das variáveis momento e posição), Bell trabalhou com espaços discretos bidimensionais, propostos por Bohm em 51. O sistema total pode, por exemplo, ser composto por um par de partículas de spin 1/2, separadas espacialmente e preparadas no estado singleto

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= (1/\sqrt{2}) [ |n+\rangle_1 \otimes |n-\rangle_2 - |n-\rangle_1 \otimes |n+\rangle_2 ] = \\ &= (1/\sqrt{2}) [ |+-\rangle - |-+\rangle ] \end{aligned}$$

tal que  $(\sigma \cdot n) |n \pm\rangle_j = \pm |n \pm\rangle_j$

o que significa em unidades convenientes, que  $|n \pm\rangle_j$  é o autoestado de spin na direção  $n$  para a partícula  $j$  (1 ou 2) com autovalor +1 ou -1.

Seja  $A_a$  o resultado de uma medida de spin no sistema 1 (partícula 1) na direção  $a$  e  $B_b$  o análogo para a partícula 2, portanto, tanto  $A_a$  quanto  $B_b$  podem assumir os valores +1 ou -1.

Vamos usar sem provar o resultado quântico que diz que o valor médio das medidas simultâneas de spin em 1 na direção  $a$ , e em 2 na direção  $b$  é:

$$[E(a,b)]_\Psi = \langle \Psi | \sigma_1 \cdot a \sigma_2 \cdot b | \Psi \rangle = -a \cdot b$$

<sup>9</sup> O artigo de 66 fora redigido em 64. As desigualdades publicadas também em 64. [Jammer, 74, 302-308]

Quando  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  são paralelos, uma medição em 1 imediatamente especifica o valor em 2. Se, por exemplo, medirmos +1 no sistema 1, com certeza teremos -1 no sistema 2. Neste caso de correlação máxima temos como valor médio

$$E(\mathbf{a},\mathbf{a}) = -1$$

Quando  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{b}$  são perpendiculares entre si, temos a situação oposta ao determinismo anterior ( $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ ). Uma medida em 1 infere apenas que em 2 podemos ter +1 ou -1, com probabilidades iguais. A correlação neste caso é mínima e o valor médio é

$$E(\mathbf{a},\mathbf{b}) = 0 \quad \text{com } (\mathbf{a} \perp \mathbf{b})$$

As hipóteses utilizadas por Bell em sua dedução são as seguintes:

- 1)Correlação máxima: conhecido um resultado o outro estará determinado com certeza ( $\langle A^2 \rangle = \langle A \rangle^2$ ), estando a previsão quântica correta.
- 2)Localidade: nenhuma alteração em uma delas pode provocar alterações na outra com velocidade superior à da luz, o que, como já vimos, pode ser escrito, a respeito dos resultados,  $(A_a B_b)(\lambda) = A_a(\lambda) \cdot B_b(\lambda)$ .
- 3)Realidade: a mesma de EPR.
- 4)Completeza: a mesma de EPR.

Seja  $\Lambda$  o espaço de estados das variáveis ocultas  $\lambda$ , capazes de completar a descrição quântica. Deste espaço se espera que a) seja linear nas operações efetuadas nele; b) seja possível definir medidas de probabilidade. Com a densidade  $\rho$  de estados  $\lambda$  em  $\Lambda$ , impomos a normalização

$$\int_{\Lambda} d\rho = 1$$

Usando a definição de localidade, o valor esperado das medidas de spin na direção  $\mathbf{a}$  (em 1) e  $\mathbf{b}$  (em 2), para o espaço oculto  $\Lambda$  é

$$E(\mathbf{a},\mathbf{b}) = \int_{\Lambda} A_a(\lambda) B_b(\lambda) d\rho$$

Novamente, argumentando que a incompleteza da mecânica quântica não implica que ela seja incorreta, esperamos poder usar suas previsões, pelo menos no caso particular determinista de  $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$ . Neste caso, para termos o valor esperado -1, necessariamente

$$A_a(\lambda) = -B_a(\lambda)$$

Considere agora a diferença entre os valores esperados  $E(\mathbf{a},\mathbf{b})$  e  $E(\mathbf{a},\mathbf{c})$ ,  $\mathbf{c}$  sendo uma terceira direção de medida de spin

$$\begin{aligned} E(\mathbf{a},\mathbf{b}) - E(\mathbf{a},\mathbf{c}) &= \int_{\Lambda} [A_a(\lambda) B_b(\lambda) - A_a(\lambda) B_c(\lambda)] d\rho \\ &= - \int_{\Lambda} [A_a(\lambda) A_b(\lambda) - A_a(\lambda) A_c(\lambda)] d\rho \\ &= - \int_{\Lambda} A_a(\lambda) A_b(\lambda) [1 - A_b(\lambda) A_c(\lambda)] d\rho \end{aligned}$$

onde usamos  $A_b(\lambda) = A_b^{-1}(\lambda)$  (pois  $A_b(\lambda) = \pm 1$ )

Como  $A, B = \pm 1$ , o produto fora dos colchetes só pode ser +1 ou -1, portanto

$$|E(\mathbf{a},\mathbf{b}) - E(\mathbf{a},\mathbf{c})| \leq - \int_{\Lambda} [1 - A_b(\lambda) A_c(\lambda)] d\rho$$

$$\leq - [1 + E(\mathbf{b},\mathbf{c})]$$

Assim

$$|E(\mathbf{a},\mathbf{b}) - E(\mathbf{a},\mathbf{c})| \leq - [1 + E(\mathbf{b},\mathbf{c})]$$

Agora note que se  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  e  $\mathbf{c}$  são escolhidos de forma a serem coplanares, com  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{c}$  fazendo um ângulo de  $2\pi/3$  e  $\mathbf{b}$  fazendo  $\pi/3$  com  $\mathbf{a}$  e  $\mathbf{c}$  os resultados quânticos serão

$$[E(\mathbf{a},\mathbf{b})]_{\Psi} = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -\cos(\pi/3) = -1/2$$

$$[E(\mathbf{a},\mathbf{c})]_{\Psi} = -\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = -\cos(2\pi/3) = 1/2$$

$$[E(\mathbf{b},\mathbf{c})]_{\Psi} = -\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = -\cos(\pi/3) = -1/2$$

substituindo estes valores na desigualdade temos uma violação

$$1 \leq -1/2$$

Isto permite concluir que nenhuma TVO determinista local, pode concordar totalmente com os resultados quânticos. O mesmo será verdade para as TVOs estocásticas com a generalização de Clauser e Horne.

È fácil imaginar o impacto causado pelas desigualdades de Bell. Elas permitiram, pela primeira vez com segurança, que se passasse, nas discussões sobre interpretação da mecânica quântica, do terreno epistemológico para a possibilidade avaliação empírica da questão da completeza. Com efeito, mais de uma dezena de experimentos foram realizados durante toda a década de setenta e oitenta, numas utilizando polarização de fótons, noutras spin de prótons<sup>10</sup>. Os resultados experimentais foram amplamente favoráveis às previsões da mecânica quântica e, portanto, violavam as desigualdades de Bell.

### Bell sem desigualdades

Um resultado importante atualmente é a dedução do *teorema de Bell sem desigualdades* feita por Greenberg, Horne e Zeilinger [GHZ,90]. Eles demonstraram que as hipóteses de EPR, quando adotadas para sistemas de mais de duas partículas, produzem previsões, que são mais que incompatíveis com os resultados quânticos, são por si só próprias, absurdas.

Vamos ver isto para um sistema de quatro partículas, por exemplo no estado

$$|\Psi\rangle = (1/\sqrt{2}) [ |++--\rangle - |--++\rangle ]$$

O valor quântico esperado para direções de medição dos spins, todas situadas no mesmo plano perpendicular ao movimento das partículas, é

$$[E(\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_4)]_{\Psi} = -\cos(\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4)$$

A correlação máxima se dá então para  $[E(\mathbf{n}_1, \dots, \mathbf{n}_4)]_{\Psi} = \pm 1$

<sup>10</sup> O experimento de Aspect, Dalibar e Roger [ADR,82] é considerado exemplar por evitar muito cuidadosamente interferências locais entre partes distintas do equipamento, mudando aleatoriamente as configurações direcionais durante o voo dos prótons que terão o spin medido.



ou  $\phi_1 + \phi_2 - \phi_3 - \phi_4 = 0$  ou  $\pi$ .

As premissas de EPR adaptadas são

- 1) Correlação perfeita: conhecido três resultados, o quarto estará determinado com certeza, estando a previsão quântica correta.
- 2) Localidade: nenhuma alteração em uma delas pode provocar alterações nas outras.
- 3) Realidade: a mesma de EPR.
- 4) Completeza: a mesma de EPR.

Trabalhando apenas com estas premissas, os autores mostram que escolhas particulares dos ângulos  $\phi_1$  a  $\phi_4$  levam a [GHZ,90,1135]

$$A(2\phi) = A(0)$$

$$A(\theta + \pi) = -A(\theta)$$

onde A é o resultado da medida de spin na teoria que satisfaça EPR adaptado.

Note o absurdo dos resultados para uma escolha particular de  $\theta = 0$  e  $\phi = \pi/2$ , elas não só se contradizem, como fisicamente perdem o significado de spin intrínseco. (Para EPR, se  $A(\pi) = +1$ , então  $A(0) = -1$ .) Este resultado, não leva propriamente a uma incompatibilidade entre a mecânica quântica e uma TVO do tipo EPR, como faziam as desigualdades de Bell. Antes demonstram mesmo a impossibilidade de construção de uma teoria completa do tipo EPR. Assim o resultado GHZ é mais forte que o de Bell, no sentido em que dispensa a avaliação empírica. Importante notar que, apesar de deduzido para uma TVO determinista, é válido também para as TVOs estocásticas, segundo os teoremas de equivalência de Fine e Stapp [GHZ,90,1138].

A violação das desigualdades de Bell, aparentemente implicando alguma inconsistência nas premissas de EPR, não trouxe de volta o debate para o terreno epistemológico, como o faria, com certeza, a não-violação, que restabeleceria a normalidade realista. O exemplo metodológico de Bell de tratamento das questões de interpretação no plano científico foi muito forte, e determinou toda uma tradição de pesquisa. Na última e nesta década, tem havido uma proliferação de trabalhos explorando as mais diferentes possibilidades em torno das desigualdades e suas experimentações.<sup>11</sup>

---

<sup>11</sup> Listo aqui alguns artigos que, menos por seus desenvolvimentos consequentes que por suas abordagens originais, ilustram esta multiplicidade. Em [Sudarshan & Rothman,93], é mostrado que Bell, além das premissas declaradas, utiliza uma adicional sobre definição positiva de probabilidades. Ainda em torno da questão da positividade das probabilidades, em [Belinskii,94] temos uma demonstração de equivalência entre a hipótese de distribuição não-negativa de probabilidades e a de localidade nas desigualdades de Bell. Em [Ryff,90 e Ryff,92], experimentos são propostos para testar a validade da hipótese de localidade. Em [Kremnikov,95], é mostrado que se uma TVO utiliza um conjunto de números p-ádicos, então as desigualdades de Bell perdem a validade.

## **Desenvolvimento histórico-conceitual do problema da completeza**

Para concluir esta nossa visita ao problema da completeza quântica, podemos sintetizar seu desenvolvimento histórico conceitual da seguinte forma:

Uma primeira fase, que dura da década de vinte a de sessenta, constituída por três programas distintos e interligados:

1) Programa de EPR: provar a incompleteza da mecânica quântica através de uma razoável visão de mundo cartesiana.

2) Programa das TVOs: construir uma teoria mais completa que a mecânica quântica, que desse como resultado estados sem dispersão quando se tratando de medidas simultâneas de observáveis canonicamente conjugados.

3) Programa de Von Neumann: provar a partir de características gerais de famílias de TVOs, a impossibilidade de construí-las.

A partir de uma situação de indefinição entre os três programas anteriores, surge uma segunda fase, que dura da década de sessenta à de oitenta, caracterizada pelo:

4) Programa de Bell : a) crítica às análises do programa (3); b) comparação dos valores limites de todas as teorias do programa (2) com os valores esperados pela mecânica quântica tradicional, dentro de uma experimentação particular de espaços de estados bidimensionais correlacionados, através de avaliação empírica.

A conclusão do programa (4), favorável à mecânica quântica, parece levar, atualmente, a uma terceira fase caracterizada por dois programas independentes:

5) Aceitar a impossibilidade do programa das TVOs; questionar as premissas utilizadas em EPR; explorar as consequências da teoria quântica.

6) Dar continuidade ao programa das TVOs, seja procurando premissas ocultas ou arbitrárias em (4), ou seja buscando TVOs alternativas não abarcadas pelas desigualdades de Bell.

# CONCLUSÃO

## A Complementariedade de Bohr

Tanto na teoria da medida quântica quanto na questão de sua completeza, o ponto essencial estava no fato do formalismo quântico só poder prever uma função de onda de apenas metade das variáveis canônicas do sistema, ou seja, um sistema descrito classicamente pelo conjunto  $\{q_1, \dots, q_n; p_1, \dots, p_n\}$ , quanticamente só pode ser descrito por uma função  $\Psi(q_1, \dots, q_n)$ , ou outra  $\Phi(p_1, \dots, p_n)$  (formalmente, sua transformada de Fourier), as quais representam, no quadrado absoluto, a distribuição de probabilidades do sistema estar, respectivamente, em  $q_k$  ou  $p_k$ . Quanto mais estreita for a distribuição  $|\Psi|^2$  (alto grau de determinação de  $q_k$ ), mais larga será a distribuição complementar  $|\Phi|^2$ . Este é o Princípio de Incerteza de Heisenberg.

O Problema da Completeza Quântica consiste em avaliar a possibilidade de se eliminar esta dispersão na distribuição probabilística, atribuindo valores exatos (i.e., probabilidade igual a um) e simultâneos para  $q_k$  e  $p_k$ .

O Problema da Medição tenta compreender, no âmbito do formalismo quântico, como e sob quais condições, uma distribuição  $|\Psi|^2$  se reduz a um valor exato  $q_k$ , o qual é efetivamente o resultado de qualquer experimentação.

No lugar de abordar diretamente estas questões, uma figura essencial para o desenvolvimento da mecânica quântica, Niels Bohr, optou por uma estratégia diferente: extrair o máximo de consequências epistemológicas possíveis do formalismo quântico, tal como ele se coloca, e construir a partir daí uma filosofia da natureza que levasse em conta tanto as limitações quanto as aberturas eventualmente criadas pela teoria. Apesar da elegância de seu programa, os escritos de Bohr são em geral obscuros, de difícil compreensão, origem de muitas controvérsias, como ele próprio reconheceu em 1949, ao comentar seus debates com os realistas, em especial com Einstein: *Relendo esses trechos, sinto-me profundamente cômico de que me expressei de forma deficiente. Isto deve ter tornado muito difícil apreciar a linha de argumentação, que pretendia destacar a ambiguidade essencial presente numa referência aos atributos físicos dos objetos quando se lida com fenômenos em que não é possível fazer uma distinção nítida entre o comportamento dos objetos em si e sua interação com os instrumentos de medida* [Bohr,58,61,port.75].

Partindo da hipótese da equipartição do bom senso de Descartes, arrisco-me a uma rápida entrada no pensamento de Bohr, o qual parece estar centrado em torno de sua expressão *ambiguidade essencial*. A primeira lição epistemológica que Bohr extrai da teoria quântica é sua concepção de fenômeno. Este não pode mais ser encarado como simples ser-no-mundo. O fenômeno é uma expressão lógica das possibilidades do Mundo sob determinadas condições. Fenômeno deve fazer referência apenas a *observações obtidas em circunstâncias cuja a descrição inclua uma explicação de todo o arranjo experimental* [Bohr,58,port.93].

No Mundo, para Bohr, não apreendemos objetos, ou elementos da realidade, como diria Podolsky, obtemos respostas que obedecem a uma lógica mas não revelam toda a natureza do ser, apenas aquilo que corresponde à nossa pergunta. Agora se, ao *dialogarmos com o Mundo*, nos deparamos com algo passivo como propunha a física clássica, então a epistemologia de Bohr não teria nenhuma função a não ser retórica e

poderia imediatamente ser reduzida ao realismo. Bohr sabia disto e esta é a razão de ter carregado até o fim da vida uma outra lição epistemológica: o fenômeno físico tem um *tamanho* definido. Sua extensão vai do quantum indivisível responsável pela informação trocada, ao registro amplificado e *irreversível* desta informação. É impressionante a quantidade de vezes que Bohr relembra isto em seus escritos, especialmente o limite inferior, o do quantum. A ação perturbativa do quantum é a pedra fundamental da epistemologia de Bohr, ela sustenta a relação complexa entre nós e o Mundo, definindo, em cada arranjo experimental, aquilo que será e o que não será *respondido* pelo Mundo.

O Princípio da Complementariedade, se torna difícil de ser pensado, como Bohr bem sabia, porque ele exige que nós abandonemos a compreensão objetiva do mundo no sentido tradicional de *apreensão de coisas fora de nós*: não são coisas que apreendemos, mas respostas à provocações que fazemos. Na impossibilidade de se medir posição e momento simultaneamente com absoluta certeza, não é que ambos estejam *lá* mas questões experimentais limitadoras (como a própria perturbação do quantum) tendam a impedir o nosso conhecimento. Não é isto que Bohr propõe, assim como não é uma solução positivista do tipo *sobre o que não se pode medir, nada se pode afirmar, nem a sua existência*. O que é proposto é que o objeto se define pelo o que lhe é pedido: o sistema não possui *solidamente* nem momento nem posição, estas categorias são apenas definições intelectuais para qualificar respostas à tensões provocadas no ato de experimentação que— e esta é a concepção de objetividade de Bohr— pertencem a uma mesma lógica que dá consistência à realidade e sentido à ciência.

Em certa medida, o próprio Paradoxo de EPR foi desenvolvido em torno da ação perturbativa do quantum Podolsky, Einstein e Rosen poderiam ter argumentado: *a não-separabilidade da teoria quântica exige que os quanta viajem mais rápidos que a luz, ferindo a relatividade especial*. Não argumentaram com estas palavras, mas Bohr respondeu: *Certamente em tal caso [EPR] não se cogita qualquer influência mecânica do sistema sob investigação durante o último e crítico estágio do procedimento de medição [measuring]. Mas mesmo neste estágio há essencialmente a questão de uma influência sobre as várias condições, 'as quais definem os possíveis tipos de predição concernentes ao futuro comportamento do sistema'.* [Bohr,35,700, grifos dele.] Mas tal influência continua sendo explicada por Bohr pela ação perturbativa do quantum, numa complexa circularidade, a qual é realmente difícil afirmarmos sua consistência.

A despeito de considerações lógicas, a epistemologia de Bohr se mostrou muito fecunda. (Talvez por ser pouco compreendida!) Na física teve grande influência na interpretação tradicional da mecânica quântica, e hoje encontra espaço em formulações mais rigorosas, como, por exemplo, na utilização do princípio da Complementariedade por Omnès, em termos de campos complementares de proposições de uma mesma lógica. Ela também possui uma grande flexibilidade retórica que permite que esteja sempre presente. Por exemplo, na nossa discussão no começo deste trabalho sobre interpretação, eu poderia muito bem ter apelado à complementariedade de Bohr para explicar a relação entre os diversos campos simbólicos de expressão.

Mas além da retórica, por que exatamente a epistemologia de Bohr é rica e consegue ainda, apesar de pouco compreendida, ter tanta influência na física? A resposta me parece relativamente simples: dentro de uma tradição científica que toma por base o agnosticismo Laplaceano, uma *episteme* que mantenha a isenção objetivista e ainda proporcione amplos horizontes para exploração é extremamente bem vista. O programa de Bohr corresponde bem a isto. É radical na exigência de uma revisão de

nossos conceitos de *realidade* e *objetividade*, o que dá margem para a *criação*, mas mantém-se longe de qualquer concepção teísta ou animista do mundo, diferentemente, por exemplo, da impressão causada pelo subjetivismo de London e Bauer, cuja as exigências metafísicas seriam muito fortes.

O fenômeno de decoerência, que em geral não entra em contradição com o Princípio da Complementariedade, dá também um passo em direção ao objetivismo, entretanto ainda estamos no âmbito de um objetivismo fraco, se se leva em consideração que a questão da irreversibilidade dos fenômenos físicos, a qual transcende em muito o âmbito da física quântica, tem como uma resposta muito respeitada, a hipótese do subjetivismo termodinâmico, segundo o qual o mundo é essencialmente reversível e a irreversibilidade é apenas uma ilusão cognitiva.

Bohr, na física, foi pioneiro em conceber uma forma para o homem estar no mundo sem reduzi-lo ao materialismo atomista, nem ceder a hipóteses animistas. Em Prigogine, temos uma espécie de continuidade deste programa: o mundo descrito pela ciência, não pode fechar os olhos para o que lhe é difícil explicar, e assim a complexidade de sistemas como aqueles vivos, tem que encontrar na ciência uma possibilidade de descrição, que não se resume a considerá-los como uma complexa organização de moléculas de evolução reversíveis e ainda, uma possibilidade de *falar do mundo sem passar pelo tribunal kantiano, sem colocar no centro de seu sistema o sujeito humano definido pelas suas categorias intelectuais*.<sup>12</sup> [Prigogine & Stengers, 84, 223.] O modelo de Prigogine para o teorema H clássico e quântico é exatamente a formalização desta idéia. Se tal programa foi ou não cumprido, há muito ainda que se discutir.

Mas o modelo de Prigogine tem ainda outra importante implicação filosófica. A princípio, para se decidir entre um ou outro nível de descrição, reversível ou não, é necessário conhecer a estrutura do espaço de fases do sistema. A irreversibilidade será a descrição fundamental, no caso deste possuir uma propriedade forte como o *mixing*, que exige para sua formalização uma geometria fractal. Neste caso, como já argumentei, as trajetórias (falando em termos clássicos) serão uma idealização inadequada, e a função de densidade de estados será a entidade mais básica do sistema. Isto implica numa profunda inversão analítica já que os *menores* componentes, os tijolos do mundo, não podem mais ser empilhados até termos o nível macroscópico, como costumemente pensamos dentro da concepção atomista-cartesiana. Irreversibilidade não é mais uma consequência de um número muito grande de átomos reversíveis, é por si própria uma realidade do mundo, para a grande maioria dos processos.

Por outro lado, a reversibilidade não perde seu *status* fundamental de todo. Ela continua sendo válida, desde que o espaço de fases do sistema seja propício para isto, desde que o *devoir* não imponha de modo forte sua presença, como por exemplo num sistema planetário com suas órbitas periódicas, ou num átomo isolado com seus níveis de energia estáveis e bem determinados. Estes casos sempre são os primeiramente estudados pelos físicos. Eles são os responsáveis pela ilusão determinista.

---

<sup>12</sup> Prigogine e Stengers admitem a influência de pensadores como Serres, Deleuze, Lucrécio, Leibniz, Bergson e Whitehead. Para eles ciência e filosofia são *saberes complementares* que constituem a tradução, segundo regras mais ou menos rigorosas, de preocupações pertencentes a uma cultura e uma época. [Prigogine & Stengers, 84, 222.]

Em todo caso, elegendo minha própria pedra de Roseta, tenho que a irreversibilidade constitui o problema mais fundamental da física, reaparecendo sob diversos aspectos, sob diversos domínios. Neste sentido, a história da ciência física não parece menos com um cemitério donde velhos problemas sepultados ressurgem, que com um fértil terreno de novas e revolucionárias idéias.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

A literatura em torno da história da mecânica quântica, de suas interpretações, implicações filosóficas e paradoxos é imensa. Constitui um amplo repertório de obras de qualidade duvidosa, tais como “A Cura Quântica” , até profundas reflexões epistemológicas como a de Bachelard em “O Novo Espírito Científico” [Bachelard,35].

Uma característica que abrange boa parte destas obras, é a apologia do novo. Em geral, o que vai interessar é aquilo em que a mecânica quântica se afasta da física clássica, é realmente um posicionamento tentador, pois atrai naturalmente nossa atenção, como corresponde ao nosso espírito moderno mais acostumado a pensar revoluções que evoluções. Nisto, são deixadas para trás interessantes possibilidades constituídas de continuidades e re-emergências de velhas questões. Timidamente rascunhei algo assim na análise da medida quântica, como o leitor atento pode ter notado, bastante influenciado por Prigogine.

A grande quantidade de trabalhos na área deixa também, quem se arrisca em a acrescentar novas páginas sobre o tema, sob o fio da navalha, entre insossas repetições e besteiras disfarçadas de filosofia. Espero ter mantido o equilíbrio...

Aspect, A., Dalibard, J. and Roger, G. *Experimental Tests of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers*. Physical Review Letters, vol.49, n.25, Dec,1982.

Bachelard, G. (1935). “O Novo Espírito Científico.” Col. “Os Pensadores”, Nova Cultural, 1988.

Belinskii, A.V. *Bell's theorem without the hypothesis of locality*. Physics-Uspeki, 37(2), 1994.

Bell, J.S. (1964). *On the Einsten Podolsky Rosen Paradox*. Reimpresso em Wheeler & Zurek,pg 403.

Bell, J.S. (1966). *On the hidden variables in quantum mechanics*.Reimpresso em Wheeler & Zurek, pg 397. Traduzido para o português por Oswaldo Pessoa Jr, Cadernos de História e Filosofia da Ciência ,ser.3, vol.2,n.2, jul./dez.,1992.

Bohm, D. (1954). Carta para Einsten. Trad. Barros.F.S.,Moreira, I.C.e Vieira, L.C..Ciência Hoje, v.18, n.90, pg.46.

Bohr, N. *Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?* Physical Review, vol.48 , Oct, 1935.

Bohr, N. “Atomic Physics and Human Knowledge”. John Wiley & Sons (1958).Traduzido para o português por Vera Ribeiro, Ed. Contraponto, 1995.

Born, M. (1926). *On the quantum mechanics of collisions*. Traduzido para o inglês em Wheeler & Zurek, pg.52.

Born, M. (1955). “A mecânica clássica é de fato determinista?” Trad.Moreira, I.C. não publicada de Physicalische Blätter,v.II, n.9.

Chibeni, S.S. “Aspectos da Descrição Física da Realidade.” Tese de Doutorado (Orient.M.Ghims).UNICAMP,1993.

- Clauser, J.F. and Shymoni, A. *Bell's Theorem: Experimental Tests and Implications*. Rep.Prog.Phys., vol.41, 1978.
- Dirac, P.A.M. (1930). "Princípios de Mecânica Quântica." Edições Ariel 1967.
- d'Espagnat, B. *The Quantum Theory and Reality*. Scientific American, vol.24, n.11, Nov, 1979.
- Einstein, A., Podolsky, B. and Rosen, N. *Can Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ?* Physical Review, vol.47, May, 1935.
- Einstein, A. (1953). "Como Vejo o Mundo." Nova Fronteira, 1981.
- Freire Jr., O., Paty, M., Barros, A. *David Bohm, suas estadias no Brasil e a teoria quântica*. Preprint IFUSP/P-1095, dez, 1993.
- Greenberg, D., Horne, M., Shimony, A. and Zelinger, A. *Bell's theorem without inequalities*. American Journal of Physics, 58(12), Dec, 1990.
- Jammer, M. "The Philosophy of Quantum Mechanics." Wiley, 1974.
- Kuhn, T.S. (1962). "A Estrutura das Revoluções Científicas." Col."Debates", Perspectiva, 1982.
- Kremnikov, A. *P-adic probability interpretation of Bell's inequality Physics*. Letters A, 200, 1995.
- Lebovitz, J.L. and Penrose, O. *Modern ergodic theory*. Physics Today, Feb, 1973.
- London, F.W. and Bauer, E. (1939). *The theory of Observation in Quantum Mechanics*. Traduzido para o inglês em Wheeler & Zurek, pg. 217.
- Majorino, J.E. *O Pensamento Reducionista na Filosofia de Niels Bohr*. Cad. de Hist. e Filos. da Ciência, ser.3, vol.2, n.2, jul./dez, 1992.
- Mermin, N.D. *Hidden Variables and the Two Theorems of John Bell*. Review of Modern Physics, vol.65, n.3, Jul, 1993).
- Omnès, R. *Consistent interpretations of quantum mechanics*. Review of Modern Physics, v.64, n.2, pg.339, apr, 1992.
- Omnès, R. *Une Nouvelle Interprétation de la Mécanique Quantique*. La Recherche, n.280, p.50, oct, 1995.
- Pisa, A.F.R.T. *Dinâmica efetiva de subsistemas e a teoria quântica de muitos corpos*. Preprint IFUSP/P-659, ago, 1987.
- Pessoa Jr., O. *O Problema da Medição em Mecânica Quântica. Um Exame Atualizado*. Cad. de Hist. e Filos. da Ciência, ser.3, vol.2 n.2, jul./dez 1992.
- Polkinghorne, J.C. "The Quantum World". Penguin Books, 1988.
- Prigogine, I. "From Being to Becoming." Freeman, 1980.
- Prigogine, I. e Stengers, I. (1984). "A Nova Aliança." Trad. M.Faria e M.J.M.Trincheira. Ed. UNB, 1991.
- Rae, A.I.M., "Quantum Physics: Ilusion or Reality ?" Cambridge University Press, 1986.



Sudarshan, F.C. and Rothman, T. *A New Interpretation of Bell's Inequalities*. International Journal of Physics, vol.32, n.7, 1993.

Ryff, L.C.B. - *Should Quantum Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete ?* Foundations of Physics, vol.20, n.9,1990.

Ryff, L.C.B. *Um Programa Realista Para o Estudo da Não-Localidade Quântica*. Cad. de Hist. e Filos. da Ciência, ser.3, vol.2, n.2, jul/dez,1992.

Ter Haar, D. *Foundations of Statistical Mechanics*. Reviews of Modern Physics, v.27, n.3, pg.289, 1955.

Von Neumann, J. (1932). "Mathematical Foundations of Quantum Mechanics." Princeton University Press, 1955.

Wheeler, J.A. and Zurek, W.H. (orgs.). "Quantum Theory and Measurement." Princeton University Press, 1983.

Zurek, W.H. *Environment-induced superselection rules*. Physical Review D, V.26, n.8, pg.1862, 1982.